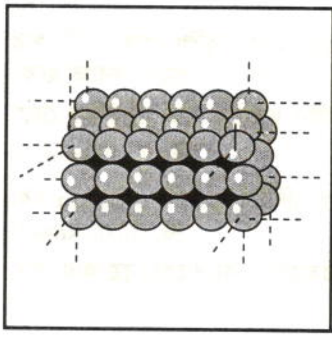
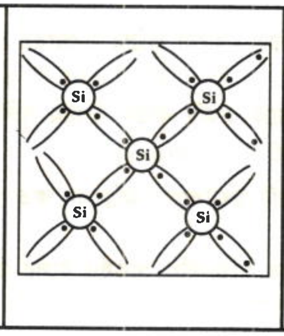
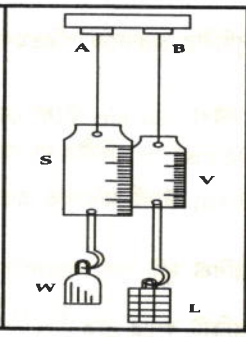
৭

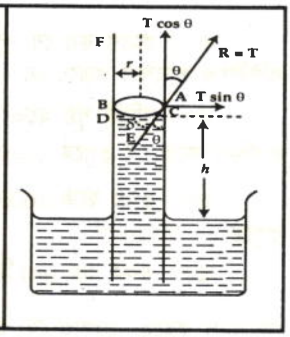
পদার্থের গাঠনিক ধর্ম
STRUCTURAL PROPERTIES OF MATTER

প্রধান শব্দ (Key Words) : আয়নিক বন্ধন, সমযোজী বন্ধন, ধাতব বন্ধন, ভ্যান ডার ওয়াল বন্ধন, স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপক সীমা, অসহ ভার বা ওজন, অসহ পীড়ন, বিকৃতি, পীড়ন, হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, সংনম্যতা, পয়সনের অনুপাত, সান্দ্রতা, সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক, পৃষ্ঠটান, সংশক্তি বল, আসঞ্জন বল, পৃষ্ঠশক্তি, স্পর্শকোণ।









সূচনা
Introduction

কঠিন, তরল ও বায়বীয় এই তিনটি শ্রেণিতে পদার্থ সাধারণত বিভক্ত। পদার্থ ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণু দিয়ে গঠিত। অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আন্তঃআণবিক বলের বিভিন্নতার কারণে পদার্থ উল্লিখিত তিনটি ভিন্ন শ্রেণিতে বিভক্ত। কঠিন পদার্থে আন্তঃআণবিক বল অনেক বেশি। কঠিন পদার্থকে বাহ্যিক বল প্রয়োগে বিকৃত করা কষ্টকর। বল প্রয়োগে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিবর্তনে বস্তুর আকার, আকৃতির পরিবর্তন ঘটে যা তরল বা বায়বীয় পদার্থে ঘটে না। সকল কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা নামে একটি সাধারণ ধর্ম রয়েছে। এই অধ্যায়ে আন্তঃআণবিক বল এবং এই বলের সাহায্যে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা, হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়, স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি, প্রবাহীর প্রবাহ, পৃষ্ঠটান, পৃষ্ঠশক্তি ইত্যাদি আলোচনা করা হয়েছে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি ও এই বলের আলোকে পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থের বিভিন্ন প্রকার বন্ধন ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, পয়সনের অনুপাত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
  ব্যবহারিক : ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়।
- প্রবাহী পদার্থ ব্যাখ্যাসহ প্রান্তিক বেগ, সান্দ্রতা, সান্দ্রতা গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পৃষ্ঠটান, পৃষ্ঠশক্তি, সংসক্তি বল, আসঞ্জন বল, স্পর্শ কোণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ঘর্ষণ ও সান্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনসহ তরল পদার্থে স্টোক্স-এর সূত্র, প্রান্তিক বেগ ব্যাখ্যা করতে পারবে।

৭.১ পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল
Intermolecular attractive and repulsive force of matter

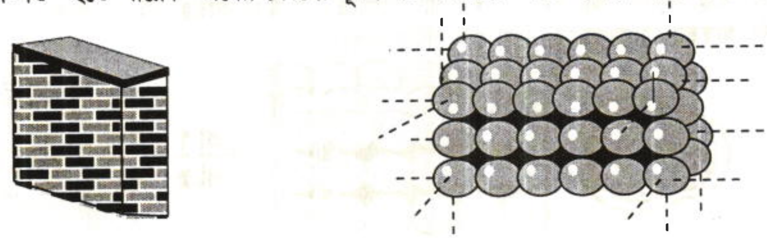
সকল পদার্থই অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা তথা পরমাণু ও অণুর সমন্বয়ে গঠিত। এসব পরমাণু ও অণুসমূহের অভ্যন্তরে বা তাদের পরস্পরের মধ্যে বিভিন্ন প্রকার আকর্ষণ বল কার্যকর রয়েছে। বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে অথবা একই পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলের কারণে পৃষ্ঠটানের উদ্ভব ঘটে। তবে বিভিন্ন পদার্থের মধ্যে আকর্ষণ বলের বৈশিষ্ট্য ও প্রকৃতির ভিন্নতা পরিলক্ষিত হয়।

অণুগুলো নিজেরা কীভাবে যুক্ত হয় যার ফলে কঠিন, তরল বা গ্যাস গঠিত হয় ? প্রকৃতপক্ষে অণুগুলো এক প্রকার বল দ্বারা পরস্পরের সাথে যুক্ত থাকে। এই বলকে **আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বলে।** অর্থাৎ **পদার্থের অণুগুলো পরস্পর যে বল দ্বারা যুক্ত হয়ে বিভিন্ন ভৌত কাঠামো গঠন করে তাকে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বলে।**

নিম্নের আলোচনায় কঠিন, তরল এবং বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের বৈশিষ্ট্য ও আচরণ সম্পর্কে জানতে সক্ষম হব।

৭.১.১ কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
Interatomic force in solids

কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন আছে। শক্তিশালী আকর্ষণ বলের কারণে কণাসমূহ খুব কাছাকাছি অবস্থান করে। কঠিন পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ সবচেয়ে বেশি থাকে এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে কম থাকে। উচ্চ আন্তঃকণা আকর্ষণ বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়ে কণাসমূহ দৃঢ় সংবদ্ধ ও ঘন সন্নিবিষ্ট অবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় পদার্থের কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান নেই বললেই চলে। সর্বোচ্চ আন্তঃকণা আকর্ষণ বল দ্বারা দৃঢ়ভাবে আকৃষ্ট হয়ে থাকায় কঠিন পদার্থ নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থান দখল করে থাকে। তাই এ অবস্থায় পদার্থের আয়তন নির্দিষ্ট থাকে। আবার কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান না থাকায় কণাগুলো স্থান পরিবর্তন করতে পারে না। এজন্য পদার্থের আকৃতিও নির্দিষ্ট থাকে। কঠিন পদার্থের কণাগুলো স্থান পরিবর্তন করতে না পারলেও একই অবস্থানে থেকে কম্পিত হতে পারে। এদের কোনো ঘূর্ণন বা স্থানান্তর গতি নেই। আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান নেই বলে



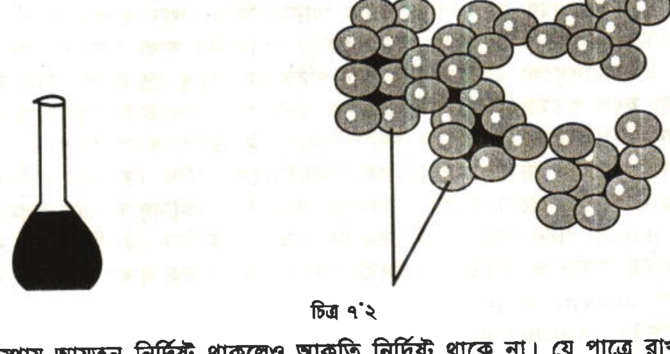
(ক) (খ)

চিত্র ৭.১

চাপ প্রয়োগে কঠিন পদার্থের আয়তন সংকুচিত হয় না বললেই চলে। পদার্থের অন্তর্নিহিত এ বলকে **আন্তঃকণা আকর্ষণ বল** বলে [চিত্র ৭.১ (ক) ও (খ)]। এই বলের মাত্রা সাধারণত ক্ষুদ্রতম কণাগুলোর দূরত্ব এবং বিন্যাসের ওপর নির্ভর করে। দূরত্ব বেশি হলে বলের মাত্রা কমে যায় এবং দূরত্ব কম হলে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল বেশি হয়। তবে নির্দিষ্ট মাত্রার নিচে দূরত্ব কমে গেলে আন্তঃকণা বিকর্ষণ সৃষ্টি হয়। কঠিন পদার্থের ক্ষুদ্রতম কণাগুলো পরম শূন্য তাপমাত্রার উর্ধ্বে যেকোনো তাপমাত্রায় নড়াচড়া বা চলাচল করে এবং গতিশক্তি লাভ করে। তাপ প্রয়োগে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বলের মান গতিশক্তির চেয়ে বেশি হলে পদার্থ কঠিন অবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় ছোট ছোট কণাগুলো একে অপরকে ছেড়ে যেতে পারে না, শুধুমাত্র নিজেদের মধ্যে কম্পনের সৃষ্টি করে।

৭.১.২ তরল পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
Interatomic force in liquids

তরল অবস্থায় পদার্থের গঠনকারী কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল তুলনামূলকভাবে কম থাকে। এজন্য কণাসমূহ ঘন সন্নিবিষ্ট থাকে না। তবে পরস্পরের মোটামুটি কাছাকাছি অবস্থানে এগুলো ছোট ছোট গুচ্ছের আকারে একটি নির্দিষ্ট পরিসীমার মধ্যে থাকে। তাই তরল অবস্থায় পদার্থের আয়তন নির্দিষ্ট থাকে। কণাসমূহের মধ্যে সামান্য আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান সৃষ্টি হয় বলে কণাগুলো একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থেকেও নড়াচড়া করতে পারে। এ



চিত্র ৭.২

কারণে তরল ভৌত অবস্থায় আয়তন নির্দিষ্ট থাকলেও আকৃতি নির্দিষ্ট থাকে না। যে পাত্রে রাখা হয় সে পাত্রের আকৃতি লাভ করে। তরল অবস্থায় পদার্থের কণাসমূহ কম্পিত, আবর্তিত এবং নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে স্থানান্তরিত হতে পারে। আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান খুব সামান্য বলে চাপ প্রয়োগে তরল পদার্থের উল্লেখযোগ্য সংকোচন ঘটে না [চিত্র ৭.২]।

অপরপক্ষে তরল পদার্থের ক্ষুদ্রতম কণাগুলো পরম শূন্য তাপমাত্রার উর্ধ্বে নড়াচড়া ও চলাফেরার জন্য গতিশক্তি লাভ করে এবং কঠিন পদার্থের ন্যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে অধিক গতিশক্তি প্রাপ্ত হয়। কিন্তু আন্তঃকণা আকর্ষণ বল এবং গতিশক্তির মান কাছাকাছি হলে পদার্থ তরল অবস্থায় থাকে। অনুগুলোর মধ্যবর্তী বল তরল পদার্থের চেয়ে কঠিন পদার্থে শক্তিশালী।

৭.১.৩ বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
Interatomic force in gases

গ্যাসীয় পদার্থের বেলায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে বেশি থাকে এবং আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল সবচেয়ে কম থাকে। তাই গ্যাসীয় অবস্থায় অণুসমূহ সবচেয়ে বেশি বিশৃঙ্খল অবস্থায় থাকে। তখন অণুসমূহ অধিকতর কম্পন, আবর্তন ও চলন গতিসহকারে আন্তঃআণবিক আকর্ষণকে উপেক্ষা করে মুক্তভাবে চলাচল করে। তখন অণুসমূহ পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে পড়ে। তাই গ্যাসের নির্দিষ্ট আকৃতি ও আকার নেই। যেহেতু অণুসমূহ আর পরস্পরের নিকটে থাকে না, সেহেতু গ্যাসীয় অবস্থায় পদার্থের আয়তন কঠিন বা তরল অবস্থা থেকে অনেক বেশি হয়। এই অবস্থায় পদার্থের অণুসমূহের মধ্যে সর্বাধিক কম্পন, আবর্তন ও চলন গতি রয়েছে। সর্বোচ্চ আন্তঃআণবিক ফাঁকা স্থান বিরাজ করে বলে চাপ প্রয়োগে গ্যাসের আয়তন ব্যাপকভাবে হ্রাস পায় [চিত্র ৭.৩]।

চিত্র ৭.৩

অপরপক্ষে যদি গতিশক্তির মান আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বলের চেয়ে অনেক বেশি হয় তবে পদার্থ গ্যাসীয় অবস্থা লাভ করে। এ অবস্থায় কণাগুলো খুব সহজে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যেতে পারে। গ্যাসের পরমাণুসমূহের মধ্যকার দূরত্ব হ্রাস পেলে এবং ধনাত্মক চার্জযুক্ত নিউক্লিয়াসসমূহও পরস্পরকে বিকর্ষণ করলে বিকর্ষণ বল উদ্ভূত হয়। তখন সিস্টেমের বিভবশক্তি বৃদ্ধি পায়।

নিজে কর : আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিবর্তনে আন্তঃআণবিক বলের কীরূপ পরিবর্তন ঘটে—ব্যাখ্যা কর।

আন্তঃআণবিক বল আন্তঃআণবিক দূরত্বের ওপর নির্ভরশীল। দুটি অণু খুব কাছাকাছি হলে এদের মধ্যে বিকর্ষণ বল কাজ করে। অণুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব একটু বেশি হলে আকর্ষণ বল কাজ করে। আন্তঃআণবিক দূরত্বের একটি নির্দিষ্ট মান আছে যার জন্য আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের মান সমান হয় অর্থাৎ ওই দূরত্বে অণুদ্বয়ের মধ্যে লব্ধি বল শূন্য হয়।

৭.২ পদার্থের বন্ধন
Bonding of matter

আমাদের চারপাশে আমরা যা কিছুই দেখি না কেন সবই মৌলিক বা যৌগিক পদার্থ। সকল পদার্থে থাকে অসংখ্য অণু। আবার অণু গঠিত হয় এক বা একাধিক পরমাণু দিয়ে। এই আকর্ষণ শক্তি যা দ্বারা দুটি একই বা ভিন্ন মৌলের পরমাণু পরস্পর যুক্ত হয়ে অণু গঠন করে তাকে **পারমাণবিক বন্ধন** বলে। সকল পদার্থের অণু গঠিত হয় পারমাণবিক বন্ধনের মাধ্যমে। যেমন অক্সিজেনের দুটি পরমাণুর রাসায়নিক বন্ধন দিয়ে আবদ্ধ হয়ে অক্সিজেন মৌলের একটি মৌল গঠন করে। এই মৌলগুলো একত্রিত হয়ে পানি গঠিত হয়। কিন্তু প্রশ্ন হলো, কেন দুটি পরমাণুর মধ্যে বন্ধন গঠিত হয় ? কারণ মৌল যখন পারমাণবিক অবস্থায় থাকে তখন তা অস্থিতিশীল অবস্থায় থাকে। ফলে তার জন্য বিপুল স্থিতিশক্তি প্রয়োজন। কিন্তু বন্ধন দ্বারা গঠিত অণুতে পরমাণু স্থিতিশীল অবস্থায় থাকে। আর স্থিতিশীল অবস্থায় স্থিতিশক্তি থাকে খুবই কম। সুতরাং পরমাণুসমূহের মধ্যে তখনই বন্ধন গঠিত হয় যখন পরমাণুসমূহের সংযোগের ফলে সিস্টেমের স্থিতিশক্তি হ্রাস পায়। কোনো কোনো কেলাসের যোজনী ইলেকট্রনগুলো এক পরমাণু থেকে অন্য পরমাণুতে স্থানান্তরিত হয়ে বন্ধন (bond) গঠন করে। কেলাসের মধ্যকার ইলেকট্রনিক মিথস্ক্রিয়া বা বন্ধনগুলো নানা ধরনের হয়ে থাকে। পদার্থের গঠনের প্রকৃতি ও মিথস্ক্রিয়া অনুসারে পদার্থের রাসায়নিক বন্ধন প্রধানত পাঁচ প্রকার যথা—

(১) আয়নিক বন্ধন (Electrovalent bond or Ionic bond)
(২) সমযোজী বন্ধন (Covalent bond)
(৩) হাইড্রোজেন বন্ধন (Hydrogen bond)
(৪) ধাতব বন্ধন (Metallic bond) ও
(৫) ভ্যান ডার ওয়াল বলজনিত বন্ধন (Bonds due to Van der Waals force)

৭.২.১ আয়নিক বন্ধন
Ionic bond

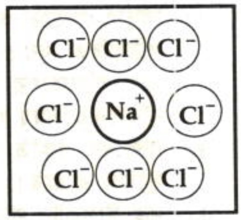
একটি ধাতু এবং একটি অধাতু পরস্পরের সাথে মিলিত হওয়ার সময় সাধারণত ধাতব পরমাণু থেকে এক বা একাধিক ইলেকট্রন অধাতুর পরমাণুকে দান করে। ফলে ধাতব পরমাণুটি ধনাত্মক চার্জবিশিষ্ট আয়ন এবং অধাতব পরমাণুটি ঋণাত্মক চার্জবিশিষ্ট আয়নে পরিণত হয়। এই আয়নদ্বয় বিপরীতধর্মী চার্জবিশিষ্ট হওয়ায় এদের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণের সৃষ্টি হয়। এ আকর্ষণেই উভয় আয়ন আবদ্ধ হয়। অপরপক্ষে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের সমন্বয়ে একটি আয়নিক কেলাস তৈরি হয়। আয়নগুলোর সমাবেশ এমনভাবে ঘটে যেন বিপরীতধর্মী আয়নের মধ্যকার কুলম্বের বিকর্ষণ বল অপেক্ষা আকর্ষণ বল বেশি হয়। আয়নিক বন্ধন সার্বিকভাবে বিপরীতধর্মী আয়নের পারস্পরিক ক্রিয়ার ফসল।

আয়নিক বন্ধনে গঠিত যৌগের বৈশিষ্ট্য :

১। এই বন্ধনে গঠিত পদার্থ খুবই শক্ত এবং এদের গলনাঙ্ক বেশি হয়।
২। এসব পদার্থের তড়িৎ পরিবাহিতা খুব কম।
৩। আয়নিক বন্ধন কখনো দুটি অধাতু পরমাণু বা দুটি ধাতু পরমাণুর মধ্যে গঠিত হয় না।
৪। দুটি বিপরীত ধর্মী মৌল যেমন—ধাতু ও অধাতুর মধ্যে সৃষ্ট আয়নিক বন্ধন দ্বারা যৌগ গঠিত হয়।

ধাতব ও অধাতব মৌলের রাসায়নিক বিক্রিয়াকালে ধাতুর পরমাণুর বহিস্তর থেকে অধাতু পরমাণুর বহিস্তরে এক বা একাধিক ইলেকট্রন স্থানান্তরিত হওয়ার মাধ্যমে সৃষ্ট ধনাত্মক আয়ন ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে আয়নিক বন্ধন বলে। আয়নিক বন্ধন দ্বারা সৃষ্ট যৌগকে আয়নিক যৌগ বলে।

উদাহরণ : [চিত্র ৭.৪]-এ সোডিয়াম ক্লোরাইড (NaCl) এর আয়নিক বন্ধন দেখানো হলো।



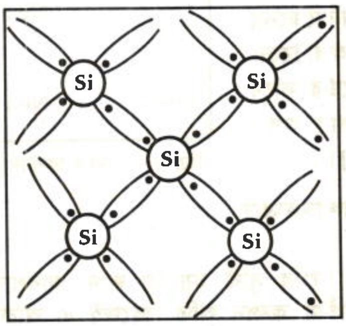
চিত্র ৭.৪ : আয়নিক বন্ধন।

আয়নিক বন্ধন গঠনের শর্ত :

আয়নিক বন্ধন গঠনের জন্য নিম্নোক্ত তিনটি শর্ত প্রয়োজন :
(১) প্রথম মৌলের নিম্ন আয়নীকরণ শক্তি।
(২) দ্বিতীয় মৌলের উচ্চ ইলেকট্রন আসক্তি।
(৩) গঠিত যৌগের উচ্চ ল্যাটিস শক্তি।

৭.২.২ সমযোজী বন্ধন
Covalent bond

পদার্থের দুটি একই বা ভিন্ন মৌলের পরমাণুর মধ্যে রাসায়নিক সহযোগের সময় যদি ইলেকট্রন আদান-প্রদান সম্ভব না হয় তখন দুটি পরমাণু নিজের মধ্যে জোড়ায় জোড়ায় ইলেকট্রন শেয়ার করে বহিস্তরে স্থিতিশীল ইলেকট্রনীয় কাঠামো গঠন করে। সৃষ্ট এ বন্ধন সমযোজী বন্ধন নামে পরিচিত। সুতরাং অণু গঠনের সময় যদি পরমাণু নিজ নিজ বহিস্তরে নিষ্ক্রিয় গ্যাসের স্থিতিশীল ইলেকট্রন কাঠামো অর্জনের উদ্দেশ্যে সমান সংখ্যক অযুগল ইলেকট্রন সরবরাহ করে এক বা একাধিক ইলেকট্রন জোড় সৃষ্টি করে এবং উভয় পরমাণু তা সমানভাবে শেয়ার করে, তবে পরমাণুদ্বয়ের মধ্যে যে বন্ধন গঠিত হয় তাকে সমযোজী বন্ধন বলে। এই বন্ধন যোজনী বন্ধন (valence bond) নামে পরিচিত। ইলেকট্রন ভাগাভাগির ফলে দুটি পরমাণুর মধ্যবর্তী এলাকায় ইলেকট্রনের ঘনত্ব বেশি হয়। এ ধরনের বন্ধন সুস্পষ্টভাবে দিকবর্তী হয়। সমযোজী বন্ধন বেশি শক্তিশালী হয়ে থাকে।



চিত্র ৭.৫ : সমযোজী বন্ধন।

সমযোজী যৌগের বৈশিষ্ট্য :

১। নিম্ন গলনাঙ্ক স্ফুটনাঙ্ক বিশিষ্ট ও উদ্বায়ী।
২। পোলার দ্রাবকে অদ্রবনীয়।
৩। তড়িৎ অপরিবাহী।
৪। সমানুতা দেখা যায়।

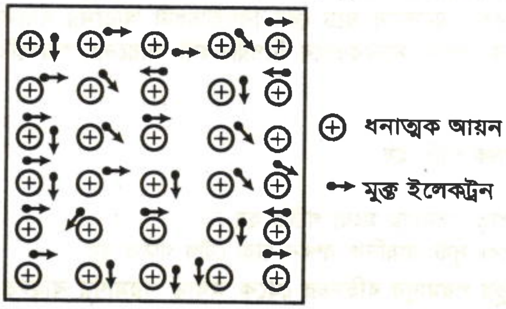
উদাহরণ : হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, সিলিকন। [চিত্র ৭.৫]-এ Si এর সমযোজী বন্ধন দেখানো হলো।

সমযোজী বন্ধন গঠনের শর্ত :

(১) দুটি অধাতব পরমাণুর মধ্যে সমযোজী বন্ধন ঘটে।
(২) উভয় অধাতব পরমাণু সমসংখ্যক ইলেকট্রন যোগান দিয়ে এক বা একাধিক ইলেকট্রন যুগল সৃষ্টি করে তা উভয় পরমাণু সমভাবে শেয়ার করে থাকে।

৭.২.৩ ধাতব বন্ধন
Metallic bond

ধাতুর মধ্যে পরমাণুগুলোকে পরস্পরের সাথে যে আকর্ষণ বল দ্বারা আটকে রাখে তাকে ধাতব বন্দন বলে। ধাতব অণু এমন গঠনকে প্রাধান্য দেয় যাতে একটি পরমাণুর চারপাশে অধিক সংখ্যক পরমাণু থাকে। ধাতব পদার্থের পরমাণুর শেষ শক্তিস্তরের ইলেকট্রনগুলো নিউক্লিয়াস থেকে দূরে অবস্থান করায় ইলেকট্রন-নিউক্লিয়াস আকর্ষণ বল কম থাকে; ফলে কেলাসের মধ্যে এই ইলেকট্রনগুলো কোনো নির্দিষ্ট পরমাণুর সঙ্গে সংযুক্ত না থেকে মুক্তভাবে কেলাসের মধ্যে বিচরণ করে। ইলেকট্রন হারিয়ে ধাতব পরমাণুগুলো ধনাত্মক আয়নে পরিণত হয় এবং ত্রিমাত্রিক কেলাসে পরস্পর হতে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থান করে। ধনাত্মক আয়নগুলো কেলাসে মুক্ত ইলেকট্রন দ্বারা আচ্ছাদিত থাকে; ফলে আয়নের মধ্যে বিকর্ষণ বল দুর্বল থাকে। পক্ষান্তরে আয়নসমূহ প্রত্যেকে এদের মধ্যে অবস্থিত মুক্ত ইলেকট্রনকে আকর্ষণ করে। এর ফলে দুটি আয়নের মধ্যে এক ধরনের বন্ধন তৈরি হয়। এই বন্ধনকে **ধাতব বন্ধন** বলে। আয়নিক ও সমযোজী বন্ধনের তুলনায় ধাতব বন্ধন দুর্বল। চিত্র ৭.৬ এ ধাতব বন্ধন দেখানো হলো।



চিত্র ৭.৬ : ধাতব বন্ধন।

ধাতব বন্ধনের বৈশিষ্ট্য :

১। ধাতুর গলন তাপমাত্রা কম। উচ্চ তাপ ও বিদ্যুৎ পরিবাহিতা, যান্ত্রিক দৃঢ়তা প্রভৃতি ধাতুর বৈশিষ্ট্য।

২। বিদ্যুৎ-ক্ষেত্রের আওতায় যোজ্য ইলেকট্রনগুলো খুব সহজে চলাচল করতে পারার কারণেই ধাতুর বিদ্যুৎ পরিবাহিতা খুব বেশি।

৩। তাপ পরিবহণের জন্য যোজন ইলেকট্রনগুলোর অবাধ গতিই দায়ী। বাইরের শক্তি প্রয়োগ করে ধাতুকে বাঁকানোর সময় আয়নগুলো সহজে খাপ খাইয়ে নিতে পারে।

৪। বন্ধনের প্রকৃতি সমযোজী ধরনের কিন্তু অসম্পৃক্ত এবং অধিক সংখ্যক পরমাণুর সাথে আবন্ধ থাকার সুযোগ রয়েছে।

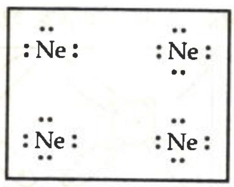
৫। মুক্ত ইলেকট্রন থাকার কারণ ধাতু তড়িৎ সুপরিবাহী।

৬। **পাউলির বর্জন নীতি** (Pauli's exclusion principle) অনুসারে যতটি সুযোগ রয়েছে পরমাণুগুলোর মাঝে ইলেকট্রন ঘনত্ব তার চেয়ে কম।

৭.২.৪ ভ্যান ডার ওয়াল বন্ধন
Van der Waals bond

কাছাকাছি অবস্থিত পরমাণুসমূহের মধ্যে একটি সর্বজনীন দুর্বল আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। যে পারস্পরিক ক্রিয়ার ফলে এ বল সৃষ্টি হয় তাকে ভ্যান ডার ওয়াল পারস্পরিক ক্রিয়া বলে এবং এ বলকে **ভ্যান ডার ওয়াল বল** বলে।

অণুগুলোর মধ্যে বন্ধন নির্ভর করে অণুগুলোর পোলার ও অপোলার বৈশিষ্ট্যের উপর। সকল নিষ্ক্রিয় গ্যাস, হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, কার্বন ডাই অক্সাইড, অক্সিজেনের অণুগুলো অপোলার অণু। অন্য দিকে পানি, অ্যামোনিয়া, সালফার ডাই-অক্সাইডের অণুগুলো পোলর অণু। কোনো ধাতুর ঋণাত্মক চার্জের কেন্দ্র যদি ধনাত্মক চার্জের সাথে সমপাতি হয় তখন অণুটিকে বলা হয় নন পোলার। অন্যথায় বলা হয় পোলার অণু। অপোলার অণুগুলোর মধ্যবর্তী বন্ধনকে ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন বলে। [চিত্র ৭.৭]।



চিত্র ৭.৭ : নিয়ন ক্রিস্টাল।

৭.৩ আন্তঃআণবিক বল ও পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা
Intermolecular force and elasticity of matter

স্থিতিস্থাপকতা আলোচনা করার আগে পদার্থের গঠন এবং কেন এই ধর্মের সৃষ্টি হয় তা জানা আবশ্যক। সাধারণত সমযোজী যৌগের অণুসমূহের মধ্যকার আকর্ষণ বল দুর্বল এবং তাপীয় কম্পন অতি সহজেই এ আকর্ষণ বলকে অতিক্রম করতে পারে। সমযোজী অণুসমূহের মধ্যবর্তী দুর্বল আকর্ষণ শক্তিকে আন্তঃআণবিক বল বা শক্তি বলা হয়। অন্য কথায় সমযোজী যৌগসমূহের একটি অণু অন্যান্য অণু কর্তৃক যে দুর্বল বল দ্বারা আকৃষ্ট হয় তাকে **আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল** বলা হয়। পদার্থ গঠনের সময় অণুগুলো পরস্পরের পাশাপাশি থাকে এবং তাদের মধ্যে অতি ক্ষুদ্র পরিমাণ ফাঁকা স্থান থাকে। আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিমাণ প্রায় 10^{-9} m। অণুগুলো এ পরিমাণ দূরত্বে থেকে পরস্পরকে একটি বলে আকর্ষণ করে। এটাই আন্তঃআণবিক বল (intermolecular force)। এই আন্তঃআণবিক বল যা কঠিন পদার্থের অণুগুলোকে পরস্পরের সঙ্গে আবন্ধ রাখে তা মূলত তাড়িত (electrical) বল। অণুগুলো যেসব আহিত

(charged) মৌলিক কণার সমন্বয়ে সৃষ্ট তাদের মিথস্ক্রিয়ার ফলে এই তাড়িত বলের উদ্ভব হয়। আমরা জানি যে, সকল পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল ক্রিয়া করে। কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে ক্রিয়াশীল এই বলকে **সংসক্তি বল** (cohesive force) বলে। এটা ঠিক যে, স্বাভাবিক অবস্থায় কেলাসের অণুগুলো নিম্ন বিভবশক্তি অবস্থানে অবস্থান করে। এই অবস্থা এদের সাম্যাবস্থা। এরকম অবস্থানে কোনো অণুর ওপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য।

বল প্রয়োগ করে কোনো একটি পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে, আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর বেড়ে যায় এবং নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে কিংবা জড়তার দরুন অণুগুলো তাদের পূর্বাবস্থায় ফিরে আসার চেষ্টা করে। অনুরূপভাবে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুকে সংকুচিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর কমে যায় এবং পদার্থ সংকুচিত হয়। জড়তা কিংবা নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে অণুগুলো তাদের আদি স্থানে ফিরে যাবার চেষ্টা করে। এর ফলেই পদার্থে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের সৃষ্টি হয়।

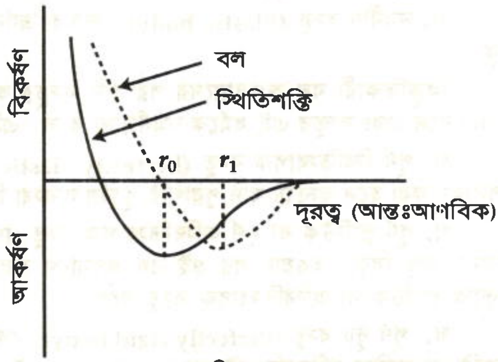
আন্তঃআণবিক স্থানের ওপর ভিত্তি করে পদার্থকে দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা— (১) **কঠিন** (solid) এবং (২) **প্রবাহী** (fluid)। প্রবাহীকে আবার দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা— **অসংকোচনীয় প্রবাহী**, যেমন তরল (liquid) এবং **সংকোচনীয় প্রবাহী**, যেমন গ্যাস (Gas)।

উপরন্তু অত্যধিক তাপমাত্রায় বায়বীয় পদার্থ আয়নিত হয়। এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক ধন ও ঋণ আয়ন সৃষ্টি হয়। পদার্থের এই অবস্থাকে **প্লাজমা অবস্থা** (plasma state) বলা হয়।

৭·৩·১ আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি
Nature of intermolecular force

দুটি অণুর মধ্যে দূরত্বের পরিবর্তনের সঙ্গে আন্তঃআণবিক বল এবং স্থিতিশক্তির পরিবর্তন কীরূপ হয় তা নিম্নে আলোচনা করা হলো।

ধরা যাক, দুটি অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল F এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব r। F এবং r-এর মধ্যে গভীর সম্পর্ক রয়েছে। ৭·৮নং চিত্রে আন্তঃআণবিক বল এবং দূরত্বের ও স্থিতিশক্তি বনাম দূরত্বের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। যখন অণুগুলোর আন্তঃআণবিক দূরত্ব অনেক বেশি হয় (যেমন গ্যাস অণুগুলোর ক্ষেত্রে) তখন এদের মধ্যে খুব সামান্য পরিমাণ আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকে। অণুগুলো যত কাছাকাছি আসে অর্থাৎ এদের মাঝে দূরত্ব কমতে থাকে আকর্ষণ বলের মানও বাড়তে বাড়তে সর্বোচ্চ মানে পৌঁছায়। এর পর দূরত্ব আরও কমলে আকর্ষণ বলের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ তখন আন্তঃআণবিক বিকর্ষণ বলও ক্রিয়াশীল হয়। r-এর মান কমে যখন r_0 মানে পৌঁছায় তখন বলের মান শূন্য হয়। এই অবস্থায় আন্তঃআণবিক আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ বল সমান হয়। স্থিতিশক্তির লেখচিত্র লক্ষ করলে দেখা যাবে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমার সঙ্গে সঙ্গে স্থিতিশক্তিও কমতে থাকে এবং $r = r_0$ হয় তখন স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়। প্রকৃতির স্বাভাবিক নিয়ম হলো যে, কোনো ব্যবস্থা (system) তখনই সাম্য বা সুস্থির হবে যখন এর স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হবে। সুতরাং $r = r_0$ অবস্থানকে সাম্যাবস্থান বলে এবং r_0 দূরত্বকে সাম্যাবস্থা বা সুস্থিতি দূরত্ব বলা হয়। বিভিন্ন বস্তুর অণুগুলোর মাঝে r_0-এর মান ভিন্নতর হয়।



চিত্র ৭·৮

৭·৩·২ আন্তঃআণবিক বলের আলোকে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা
Explanation of elasticity in the light of intermolecular force

কোনো কেলাসিত জড় পদার্থের ওপর বল প্রয়োগ করা হলে সে বল বস্তুর অণুগুলোকে সাম্য দূরত্ব r_0 থেকে খানিকটা সরিয়ে দেয়। কিন্তু অণুগুলো সর্বদাই সাম্য বা স্বাভাবিক দূরত্বে ফিরে যেতে চায়। ফলে সরণের বিপরীত দিকে একটি **প্রত্যায়নক বল** (restoring force) সৃষ্টি হয়। প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে টেনে প্রসারিত করতে চাইলে অণুসমূহের পারস্পরিক দূরত্ব বেড়ে যায় এবং প্রত্যায়নক বল হয় **আকর্ষিক** (attractive); অপরপক্ষে প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে সংকুচিত করতে চাইলে প্রত্যায়নক বল হবে **বিকর্ষিক** (repulsive)। বস্তুর সাম্যাবস্থানের জন্য প্রযুক্ত বল এবং প্রত্যায়নক বল পরস্পর বিরোধী এবং পরিমাণে সমান হতে হবে। এই প্রত্যায়নক বলকে **স্থিতিস্থাপক বল** (elastic force) বলা হয়। সমপরিমাণ সরণের জন্য বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক বল সমান হয় না। সে কারণে বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপকতাও ভিন্ন ভিন্ন হয়।

বস্তুকে সংকোচন বা প্রসারণের জন্য প্রযুক্ত বলের মান যদি খুব বেশি না হয় তবে এই বলের জন্য সরণ রৈখিক (linear) হয়। ৭·৮নং চিত্রে r_0 অবস্থানের সামান্য ওপরে বা নিচের কিছু অংশকে আমরা রৈখিক ধরতে পারি। এই

অবস্থায় স্থিতিস্থাপক বল সরণের সমানুপাতিক। প্রযুক্ত বল তুলে নিলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক বলের কারণে সাম্যাবস্থানে ফিরে যাবে।

চিত্র ৭·৮ হতে দেখা যায় যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব r_1 এর বেশি হলে বলের মান কমতে থাকে অর্থাৎ আকর্ষণ বল লোপ পেতে থাকে। এই অবস্থায় প্রযুক্ত বল তুলে নিলে বস্তুটি আর পূর্বের সাম্যাবস্থানে ফিরে যায় না। বস্তুর মাঝে তখন **স্থায়ী বিকৃতি** ঘটেছে বলা হয়। অর্থাৎ বস্তুটির স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম লোপ পেয়েছে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে প্রযুক্ত বলের একটা সর্বোচ্চ সীমা আছে। সে সীমা পর্যন্ত বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে বস্তুটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে যায়; কিন্তু সীমা অতিক্রম করলে বস্তুটি আর স্থিতিস্থাপক থাকে না। এই সীমাকেই বলা হয় **স্থিতিস্থাপক সীমা** (elastic limit)।

৭·৪ স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত রাশিমালা
Terms relating elasticity

৭·৪·১ স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity)

আমরা জানি কোনো একটি বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করলে তার কায়িক পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। এক খন্ড রাবার বা স্প্রিংকে দুই পাশ হতে টানলে তার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং টান ছেড়ে দিলে তা পূর্বের অবস্থায় চলে যায়। বল প্রযুক্ত হওয়ার ফলে নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র অনুসারে বস্তুর মধ্যে একটি প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয়। প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে এই প্রতিক্রিয়া বল বিকৃত বস্তুকে তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসতে সাহায্য করে। আর এই বিকৃতির মান বলের পরিমাণ, বলের প্রয়োগ বিন্দু এবং বস্তুর ধর্মের ওপর নির্ভর করে। বস্তুর এই ধর্মকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

সংজ্ঞা : বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় তার আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে পদার্থের যে ধর্ম বাধা দেয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

ক. নমনীয় বস্তু (Plastic body) : আমরা জানি, বল প্রয়োগে বস্তুর **বিকার** (deformation) ঘটে, অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয়।

বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যদি বস্তুর অবস্থার পুন প্রাপ্তি না ঘটে তবে তাকে নমনীয় বস্তু (Plastic body) **বলে এবং বস্তুর এই ধর্মকে নমনীয়তা বলে। এই বস্তুকে অস্থিতিস্থাপক বস্তুও বলা হয়।**

খ. পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু (Perfectly elastic body) : কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করার পর ওই বল অপসারণ করা হলে বস্তুটি যদি পুরাপুরি পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় তবে তাকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বলে।

গ. পূর্ণ প্লাস্টিক বা পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বস্তু (Perfectly plastic or inelastic body) : বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোনো বস্তু বিকৃত হওয়ার পর ওই বল অপসারণ করলেও বস্তুটি যদি তার বিকৃত অবস্থাতেই থেকে যায় তবে ওই বস্তুকে প্লাস্টিক বা অস্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

ঘ. পূর্ণ দৃঢ় বস্তু (Perfectly rigid body) : কোনো বস্তুর ওপর যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগ করে যদি তার বিকৃতি বা কায়িক পরিবর্তন ঘটানো না যায়, তবে ওই বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে। কিন্তু প্রকৃতিতে কোনো বস্তুই পূর্ণ দৃঢ় নয়। কারণ বল প্রযুক্ত হলে তার কিছু না কিছু বিকৃতি ঘটবেই। তবে কোনো কোনো ব্যবহারিক কাজের জন্য কাচ, ইস্পাত প্রভৃতি বস্তুকে সাধারণত পূর্ণ দৃঢ় বস্তু হিসেবে গ্রহণ করা হয়।

ঙ. স্থিতিস্থাপক সীমা (Elastic limit) : আমরা জানি বল প্রয়োগে প্রত্যেক বস্তুরই অল্পবিস্তর বিকৃতি ঘটে। বল অপসারণ করলে স্থিতিস্থাপকতার দরুন বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, প্রযুক্ত বলের পরিমাণ বেশি হলে বিকৃতিও বেশি হয়। তবে প্রত্যেক বস্তুই বলের একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। অতএব, **প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ বা ঊর্ধ্বসীমা পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ওই বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।** বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বিভিন্ন। ইস্পাত ও হীরার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব বেশি আবার দস্তার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব কম।

চ. অসহ ভার এবং অসহ পীড়ন (Breaking weight and breaking stress) : স্থিতিস্থাপক সীমা পর্যন্ত কোনো একটি বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। প্রযুক্ত বল ওই সীমা অতিক্রম করলে বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকবে না। বল অপসারিত হলে কিছু বিকৃতি থেকে যাবে। যদি প্রযুক্ত বলের মান ক্রমশ বৃদ্ধি করা যায় তবে বস্তুটির এমন এক অবস্থা আসবে যখন ভার সহ্য করতে না পেরে ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যাবে। অতএব **ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভারের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা অসহ ওজন বলে।** একে **ভঞ্জক-ভারও** বলা হয়।

আর কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে অসহ পীড়ন বলে।

$$\boxed{\text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}}$$

~~ঘ.~~ **স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি (Elastic fatigue) :** পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে **কোনো বস্তু বা তারের ওপর ক্রমাগত পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম হ্রাস পায়। এর ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে বস্তু আগের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরি হয়। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।** বিজ্ঞানী কেলভিন একে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি আখ্যা দেন।

৭·৪·২ বিকৃতি (Strain)

আমরা জানি, কোনো একটি বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করলে বস্তুর দৈহিক বা কায়িক পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তনকে বিজ্ঞানের ভাষায় বিকৃতি বলে। এই বিকৃতি দৈর্ঘ্যে হতে পারে, আকারে হতে পারে বা আয়তনেও হতে পারে। **কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন ঘটে তা দ্বারা বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।**

মনে করি, কোনো একটি বস্তুর আদি মাত্রা = x

বল প্রযুক্ত হবার পর মাত্রা = y

∴ মাত্রার পরিবর্তন = $x \sim y$

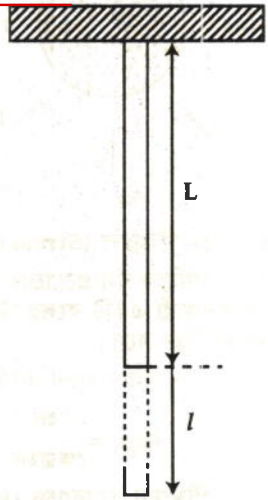
∴ একক মাত্রায় পরিবর্তন অর্থাৎ বিকৃতি = $\frac{x \sim y}{x}$

বিকৃতির প্রকারভেদ : বিকৃতি মূলত তিন প্রকার, যথা—

~~(১)~~ দৈর্ঘ্য বিকৃতি বা অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain),

~~(২)~~ কৃন্তন বিকৃতি বা আকার বিকৃতি বা মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) এবং

~~(৩)~~ আয়তন বিকৃতি (Volume strain)



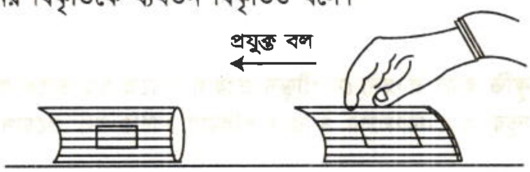
চিত্র ৭·৯

১. দৈর্ঘ্য বা অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain) : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে, তবে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে। একক দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন দ্বারা বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।

মনে করি কোনো একটি বস্তুর আদি দৈর্ঘ্য = L; বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন = l [চিত্র ৭·৯]

∴ $\boxed{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = l/L}$ ... ... (7.1)

২. কৃন্তন বা আকার বা মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) : যদি প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবলমাত্র এর আকৃতির পরিবর্তন হয় বা বস্তুটি মোচড় খায় তবে ওই ধরনের বিকৃতিকে কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি বলা হয়। ফলে বস্তুর অভ্যন্তরে যে পীড়ন সৃষ্টি হয় তাকে কৃন্তন পীড়ন (shearing stress) বলে। এ ধরনের বিকৃতিকে ব্যবর্তন বিকৃতিও বলে।

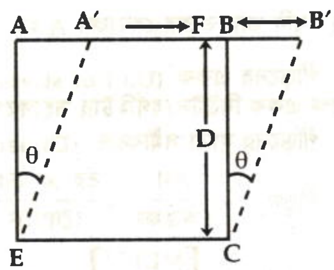


চিত্র ৭·১০

উদাহরণ : একটি মোটা বইকে টেবিলের ওপরে চেপে ধরে ওপরের মলাটের স্পর্শক বরাবর হাত দিয়ে অনুভূমিকভাবে ঠেললে দেখা যাবে যে বইটির আকৃতি পরিবর্তিত হয়েছে [চিত্র ৭·১০]। প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় বইটির প্রত্যেক পাতা ঠিক নিচের পাতার সাপেক্ষে অল্প পরিমাণে সরে যায়। এটাই কৃন্তন বিকৃতি। চিত্রে বইটির পার্শ্বতলে একটি আয়তক্ষেত্র আঁকলে এই বিকৃতির ফলে তা একটি সামান্তরিকে পরিণত হবে [চিত্রের ভিতরের অংশে দেখানো হয়েছে]।

আকার পরিবর্তনে সৃষ্ট কৌণিক বিকৃতি দ্বারা কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।

ব্যাখ্যা : মনে করি ABCE একটি বর্গক্ষেত্র [চিত্র ৭·১১]। এর CE বাহু স্থির রেখে AB বাহুর ওপর F পরিমাণ স্পর্শিনী বল প্রয়োগ করায় A বিন্দু A′ এবং B বিন্দু B′-এ স্থানান্তরিত হলো এবং বস্তু A′B′CE আকার ধারণ করল। কিন্তু A′B′CE একটি **রম্বস**। তা হলে দেখা যায় যে, বল প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুর আকারের পরিবর্তন ঘটেছে। এর নাম কৃন্তন বিকৃতি।



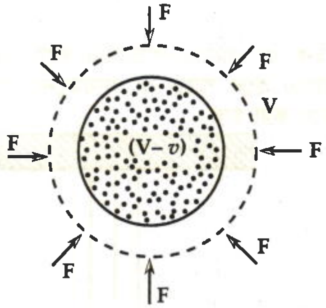
চিত্র ৭·১১

এই কৃন্তন বিকৃতি বস্তুর কৌণিক বিচ্যুতি দ্বারা পরিমাপ করা হয়। মনে করি কৌণিক বিচ্যুতি = θ এবং θ খুবই ছোট।

∴ $\boxed{\text{কৃন্তন বিকৃতি} = \theta = \frac{d}{D}}$

এখানে, $AA' = BB' = d$ এবং $BC = AE = D$ $\left[\because \theta = \tan\theta = \frac{d}{D}\right]$

কাজেই, $\boxed{\text{কৃন্তন বিকৃতি} = \frac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{ব্যবধান দূরত্ব}}}$ ... ... (7.2)



চিত্র ৭·১২

৩. আয়তন বিকৃতি (Volume strain) : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে আয়তন বিকৃতি বলে এবং একক আয়তনের আয়তন পরিবর্তন দ্বারা আয়তন বিকৃতি পরিমাপ করা হয়।

মনে করি কোনো একটি বস্তুর আদি আয়তন $= V$ [চিত্র ৭·১২] এবং বল প্রয়োগের ফলে আয়তনের পরিবর্তন $= v$

$\therefore$ $\boxed{\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{আদি আয়তন}} = \frac{v}{V}}$ ... ... (7.3)

বিকৃতির একক এবং মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of strain) : বিকৃতি একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত। সুতরাং **এর একক এবং মাত্রা সমীকরণ নেই।**

৭·৪·৩ পীড়ন (Stress)

বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটালে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এই বলের বাধাদানকারী একটি বলের উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে উদ্ভূত এই বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলকে পীড়ন বলে।

মনে করি কোনো একটি বস্তুর ক্ষেত্রফল $= A$ এবং প্রযুক্ত বল $= F$

$\therefore$ $\boxed{\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}}$ ... ... (7.4)

পীড়নের প্রকারভেদ (Kinds of stress) : পীড়ন তিন প্রকার, যথা—

(১) দৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress);

(২) আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন (Shearing stress) এবং

(৩) আয়তন পীড়ন (Volume stress)।

১. দৈর্ঘ্য পীড়ন : দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাবার জন্য প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে। মনে করি কোনো একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A। যদি তার দৈর্ঘ্য বরাবর F পরিমাণ বল প্রয়োগ করা হয়, তবে দৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$

২. আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন : আকার বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন বলে। যদি কোনো একটি বস্তুর A ক্ষেত্রফলের ওপর F পরিমাণ স্পর্শক বল প্রয়োগ করে আকার বিকৃতি ঘটানো হয় তবে, কৃন্তন পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$

৩. আয়তন পীড়ন : আয়তন বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে। মনে করি কোনো একটি বস্তুর চারদিক হতে F পরিমাণ বল অভিলম্বভাবে প্রয়োগ করে আয়তন বিকৃতি ঘটানো হয়েছে। যদি তার তলের ক্ষেত্রফল A হয়, তবে আয়তন পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$

পীড়নের একক (Unit of stress) : এম. কে. এস. পদ্ধতিতে ও এস. আই. পদ্ধতিতে পীড়নের পরম বা নিরপেক্ষ একক নিউটন/বর্গমিটার সংক্ষেপে Nm^{-2}

[MAT 15-16]

পীড়নের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of stress)

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{ভর} \times \text{ত্বরণ}}{(\text{দৈর্ঘ্য})^2}$$

$$= \left[\frac{MLT^{-2}}{L^2}\right] = \boxed{[ML^{-1}T^{-2}]}$$

অনুসন্ধানমূলক কাজ : বেশি ব্যাসযুক্ত ইস্পাতের তার কেন বেশি ভার বহন করতে পারে?

$$\text{অসহ পড়ীন} = \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$$

বা, অসহ ভার = অসহ পীড়ন $\times$ তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = অসহ পীড়ন $\times \frac{\pi d^2}{4}$

এখানে d = তারের ব্যাস। যেহেতু একটি পদার্থের অসহ পীড়ন ধ্রুবক, তাই তারের ব্যাস d-এর মান বেশি হলে সেটি বেশি ভার বহন করতে পারে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১

১। একটি তারের দৈর্ঘ্য 3m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2\ mm^2$ এবং অসহ পীড়ন $2.45 \times 10^8\ Nm^{-2}$। তারটির অসহ ওজন ও অসহ ভর নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

অসহ ওজন = অসহ পীড়ন $\times$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$= 2.45 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6}$

$= 4.90 \times 10^2\ N$

আমরা আরো জানি,

$$\text{অসহ ভর} = \frac{\text{অসহ ওজন}}{\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ}}$$

$$= \frac{4.90 \times 10^2}{9.8} = 50\ kg$$

এখানে,

দৈর্ঘ্য, $L = 3\ m$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2 mm^2 = 2 \times 10^{-6}\ m^2$

অসহ পীড়ন $= 2.45 \times 10^8\ Nm^{-2}$

অসহ ওজন = ?

অসহ ভর = ?

২। যদি সাধারণ শিলার স্থিতিস্থাপক সীমা $3.5 \times 10^8\ Nm^{-2}$ এবং গড় ঘনত্ব $3.2 \times 10^3\ kgm^{-3}$ হয়, তবে পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো পর্বতের সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হতে পারে?

ধরা যাক, পর্বতের উচ্চতা h

প্রশ্নানুসারে,

পৃথিবী পৃষ্ঠে যে শিলা আছে তার ওপর সর্বাধিক পীড়ন = স্থিতিস্থাপক সীমা $= 3.5 \times 10^8\ Nm^{-2}$

পর্বতকে যদি শঙ্কু আকৃতির বিবেচনা করা হয়, তবে পর্বতটির তলদেশের কেন্দ্রে সর্বোচ্চ চাপ $h\rho g$ ক্রিয়াশীল হবে।

$\therefore\ h\rho g$ = অসহ পীড়ন = স্থিতিস্থাপক সীমা

$= 3.5 \times 10^8\ Nm^{-2}$

$$\therefore\ h = \frac{3.5 \times 10^8}{\rho g} = \frac{3.5 \times 10^8}{3.2 \times 10^3 \times 9.8}$$

$= 1.12 \times 10^4\ m = 11.2\ km$

৩। একটি তারের বিকৃতি 0.1 এর 1% হলে 4m দীর্ঘ তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত? যদি প্রস্থচ্ছেদ $1\ mm^2$ হয় এবং ভর 12 kg হয়, তবে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত কত?

আমরা জানি, বিকৃতি $= \frac{\Delta l}{L}$; এখানে Δl দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি এবং L প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = 4m

$\therefore\ \frac{\Delta l}{L} = 0.1$ এর $1\% = 0.1 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{1000}$

$\therefore\ \Delta l = \frac{1}{1000} \times 4 = 0.004\ m$

আবার, পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$; এখানে, $A = 1\ mm^2 = 1 \times 10^{-6}\ m^2$; $m = 12\ kg$ এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$

$$\therefore\ \text{পীড়ন} = \frac{12 \times 9.8}{1 \times 10^{-6}} = 11.76 \times 10^7\ Nm^{-2}$$

$$\therefore\ \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \frac{11.76 \times 10^7}{\frac{1}{1000}} = \frac{11.76 \times 10^7}{10^{-3}}$$

$= 11.76 \times 1^{10} = 1.176 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

৭.৫ হুকের সূত্র
Hooke's Law

বিখ্যাত বিজ্ঞানী রবার্ট হুক পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে একটি নিবিড় সম্পর্ক লক্ষ করেন। এই সম্পর্ককে তিনি 1678 খ্রিস্টাব্দে একটি সূত্রের আকারে প্রকাশ করেন। এর নাম হুকের সূত্র। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হলো :

"স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।" গাণিতিকভাবে লেখা যায়, পীড়ন ∝ বিকৃতি।

বা, পীড়ন = ধ্রুবক × বিকৃতি

বা, $\boxed{\dfrac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক (constant)}}$

এই ধ্রুবককে বস্তুর উপাদানের **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বা স্থিতিস্থাপক মানাঙ্ক** (Modulus of elasticity) বলে। একে **স্থিতিস্থিাপক ধ্রুবকও** (Elastic constant) বলা হয়। **সুস্পষ্টত একক বিকৃতির জন্য উদ্ভূত পীড়নকে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।** স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান পদার্থের প্রকৃতির ওপর এবং তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা বাড়লে এর মান হ্রাস পায়। [MAT 15-16]

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর ওপর যখন বল প্রয়োগ করা হয় তখন তার বিকৃতি ঘটে। বল স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে হুকের সূত্রানুসারে কোনো বস্তুর বিকৃতি যত বেশি হবে, পীড়নও তত বেশি হবে। অর্থাৎ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানও তত বেশি হবে। পীড়নের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি একক ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত বলই হলো পীড়ন। তাই, একক ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত বল যত বেশি হবে বস্তুটিও তত বেশি বিকৃত হবে। অর্থাৎ তার দৈর্ঘ্য, আয়তন বা আকার তত বেশি পরিবর্তিত হবে। **একক ক্ষেত্রফলের ওপর যতগুণ বল প্রযুক্ত হবে বিকৃতিও ততগুণ হবে।**

৭.৬ পীড়ন-বিকৃতির সম্পর্ক
Stress-strain relation

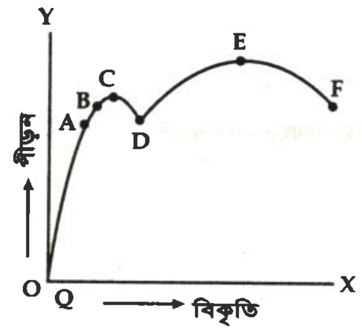
কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে। অর্থাৎ বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা পীড়ন পরিমাপ করা হয়। অপরদিকে কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রার যে পরিবর্তন ঘটে তা দ্বারা বিকৃতি পরিমাপ করা যায়। এই বিকৃতি দৈর্ঘ্য, আকার, আয়তন যে কোনোটিরই হতে পারে। পীড়ন বিকৃতির মধ্যে সম্পর্ক লেখচিত্র ও গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।

৭.৬.১ লেখচিত্রের সাহায্যে পীড়ন-বিকৃতির সম্পর্ক
Graphical representation for stress-strain relation

চিত্র ৭.১৩-এ একটি নমনীয় (ductile) ধাতব তারের পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। এই লেখচিত্রটি নিম্নোক্ত কয়েকটি অংশে ভাগ করা যায় :

(ক) OA সরলরেখা : OA অংশে তারটির ওপর প্রযুক্ত পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক। A বিন্দু পর্যন্ত তারটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর মতো আচরণ করে এবং হুকের সূত্র মেনে চলে। A হলো **আনুপাতিক সীমা** (Proportional limit) নির্দেশক বিন্দু।

(খ) AB রেখাংশ : এই অংশে পীড়ন ও বিকৃতি সমানুপাতিক হয় না অর্থাৎ হুকের সূত্র মেনে চলে না। এই অংশে পীড়ন/বিকৃতির মান অপেক্ষাকৃত কম হয়। তবে এই অংশে আসার পর বল অপসারণ করলে তারটি তার আগের অবস্থা ফিরে পায়। B বিন্দুটি **স্থিতিস্থাপক সীমা** (elastic limit) নির্দেশ করে। বেশির ভাগ বস্তুর ক্ষেত্রে A ও B বিন্দু খুব কাছাকাছি অবস্থানে থাকে। যেমন কাচের ক্ষেত্রে A ও B বিন্দু অভিন্ন আবার রবারের ক্ষেত্রে A ও B এর দূরত্ব কিছুটা বেশি।



চিত্র ৭.১৩

(গ) BC রেখাংশ : এই অংশে পীড়ন/বিকৃতির অনুপাত আরও কমতে থাকে এবং বস্তুটি স্থিতিস্থাপক ধর্ম হারাতে থাকে এবং প্লাস্টিক ধর্ম লাভ করতে থাকে। এই অবস্থায় প্রযুক্ত বল তুলে নিলে বস্তুটি আর আগের অবস্থানে ফিরে যেতে পারে না। অর্থাৎ তারটির বিকৃতি শূন্য না হয়ে একটি স্থায়ী মান হয়। ফলে তারটির স্থায়ী বিকৃতি ঘটে। C বিন্দুটি **নতি বিন্দু** (yield point)। অনেক সময় একে **উচ্চ নতি বিন্দু** (upper yield point) এবং এর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট পীড়নকে **নতি পীড়ন** (yield stress) বলে।

(ঘ) CD রেখাংশ : এই অংশে পীড়ন/বিকৃতি ঋণাত্মক হয়। অর্থাৎ পীড়ন কমলেও বিকৃতি বাড়তে থাকে। D বিন্দুকে **নিম্ন নতি বিন্দু** (lower yield point) বলে। এ অবস্থায় পীড়ন আস্তে আস্তে কমিয়ে শূন্য করলে বিকৃতি শূন্য না হয়ে স্থায়ী OO′ মান হয়। OO′ হলো স্থায়ী বিকৃতি। উল্লেখ্য যে A, B, C ও D বিন্দুগুলো খুবই কাছাকাছি হয়, ফলে চারটি বিন্দুই প্রায় অভিন্ন বিন্দু ধরা যায়।

(ঙ) DE রেখাংশ : এই অংশে পীড়ন/বিকৃতি সবচেয়ে কম হয় এবং তারটির কোনো কোনো অংশ সরু হয়ে যায়। তারটির এই অংশে প্লাস্টিক ধর্ম বর্তমান থাকে।

(চ) EF রেখাংশ : এই অংশে তারের বিভিন্ন স্থানে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দ্রুত কমতে থাকে এবং তারটি ছিড়ে যায়। F বিন্দুতে পীড়নের মানকে **অসহ পীড়ন** (breaking stress) বলে।

সুতরাং, অসহ পীড়নের সংজ্ঞা লেখা যায়— **প্রতি একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বলের ক্রিয়ায় তারটি ছিঁড়ে যায়, তাকে ওই তারের অসহ পীড়ন বলে।** অসহ পীড়নকে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করে অসহ ভার (breaking weight) বা অসহ বল পাওয়া যায়। উল্লেখ্য পীড়ন স্থিতিস্থাপক সীমা অপেক্ষা কম হলেও তা যদি বস্তুর ওপর দীর্ঘক্ষণ যাবত ক্রিয়াশীল থাকে তবে সেক্ষেত্রে বস্তুর বিকৃতি স্থায়ী হবে।

অনুধাবনমূলক কাজ: ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক কেন ?

আমরা জানি কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটাতে যত বেশি বলের প্রয়োজন হয় তার পীড়নও তত বেশি হয়। আবার পীড়নের মান বেশি হলে তার স্থিতিস্থাপকতাও বেশি হয়। সেই বিচারে দেখা যায় রাবার অপেক্ষা ইস্পাতে বিকৃতিজাত বল তথা পীড়নের মান অনেক বেশি। তাই ইস্পাত রাবার অপেক্ষা বেশি স্থিতিস্থাপক।

বিকল্প : মনে করি একই দৈর্ঘ্য L এবং একই প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল A বিশিষ্ট একটি ইস্পাত ও একটি রাবারের তারের এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় কাঠামোয় আটকিয়ে অপর প্রান্তে একটি টানা বল F প্রয়োগ করা হলো। এতে এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে l_s ও l_r হয়।

∴ ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y_s = \frac{FL}{Al_s}$ ... ... (7.5)

আবার $Y_r = \frac{FL}{Al_r}$ ... ... (7.6)

∴ $\frac{Y_s}{Y_r} = \frac{FL}{Al_s} \times \frac{Al_r}{FL} = \frac{l_r}{l_s}$ ... ... (7.7)

কিন্তু বাস্তবে $l_r > l_s$ অতএব $Y_s > Y_r$। অর্থাৎ ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক Y_s, রাবারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক Y_r-এর চেয়ে বেশি হবে। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বেশি হলে বিকৃতির বিরুদ্ধে প্রতিরোধ ক্ষমতা বেশি হবে। সুতরাং ইস্পাত রাবার অপেক্ষা বেশি স্থিতিস্থাপক।

অনুশীলনটি যাচাই কর : কোনো স্থিতিস্থাপকতার টান প্রয়োগ করে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে ওতে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়। টান অপসারণ করলে পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য ফিরে পায় তখন ওতে এই শক্তির কী পরিবর্তন হয় ?

৭.৭ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক
Moduli* of elasticity

হুকের সূত্র থেকে আমরা পাই স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

∴ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $E = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

পীড়ন ও বিকৃতি স্কেলার রাশি। কাজেই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কও স্কেলার রাশি।

* Moduli is the plural of modulus.

মাত্রা : স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রা ও পীড়নের মাত্রা অভিন্ন অর্থাৎ, $[E] = ML^{-1}T^{-2}$

একক : স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক Nm^{-2} বা Pa

পীড়ন ও বিকৃতির আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে, পীড়ন ও বিকৃতির বিভিন্নতার জন্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তিন প্রকার হয়। যথা—

(১) ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

(২) দৃঢ়তার গুণাঙ্ক

(৩) আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক।

৭.৭.১ ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক
Young's modulus

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে। ইয়ং-এর গুণাঙ্ককে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $\boxed{Y = \dfrac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}}$

ব্যাখ্যা : L আদি দৈর্ঘ্যের ও r ব্যাসার্ধের একটি তারকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে এক প্রান্ত ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে m ভর অর্থাৎ $F = mg$ বল প্রয়োগ করলে তারটির দৈর্ঘ্য যদি l পরিমাণ বৃদ্ধি পায় তা হলে,

তারটির অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $= \dfrac{F}{A}$ এবং অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \dfrac{l}{L}$

অতএব, ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = \dfrac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \dfrac{F/A}{l/L} = \dfrac{FL}{Al}$

$$\therefore \quad Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (7.8)$$

(A = তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$)

যদি $Y = \dfrac{FL}{Al}$ সমীকরণে, $A = l$ একক এবং $l = L$ হয়, তবে $Y = F$ হবে।

সুতরাং, একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে যে বল প্রয়োগ করলে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয় তাকে ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে।

ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় যে, $1\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো ইস্পাতের তারের স্থিতিস্থাপক সীমার দৈর্ঘ্য বরাবর 2×10^{11} N বল প্রয়োগ করা হলে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

কাজ : L আদি দৈর্ঘ্যের তারকে F বল প্রয়োগে l পরিমাণ দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণে কৃত কাজ,

$$W = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক Y-এর মাত্রা : $[\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}] = \left[\dfrac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}\right]$

$$[Y] = [ML^{-1}T^{-2}]$$

Y-এর একক : নিউটন/বর্গমিটার (Nm^{-2})

কাজটি অনুসন্ধান কর : ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক আছে; কিন্তু পানির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নাই। কেন ?

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২

১। 2×10^{-4} m² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে ? [$Y = 2\times10^{11}$ Pa] [চ. বো. ২০০৪]

মনে করি, প্রযুক্ত বল = F

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A}\times\frac{L}{l}$$

বা, $F = \frac{YAl}{L}$

$$= \frac{2\times10^{11}\text{Pa}\times2\times10^{-4}\text{ m}^2\times L}{L}$$

$= 4\times10^{7}$ Pa m²

$= 4\times10^{7}$ N [$\because$ 1 Pa = 1 Nm^{-2}]

এখানে,

$Y = 2\times10^{11}$ Pa

$A = 2\times10^{-4}$ m²

আদি দৈর্ঘ্য L হলে,

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2L - L = L$

২। একটি সুষম ব্যাসবিশিষ্ট তারের দৈর্ঘ্য 2 m, ভর 15 g ও ঘনত্ব $8{\cdot}9\times10^{3}$ kgm^{-3}। ওই তারের $1{\cdot}6$ mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে যদি 12 kg ভরের প্রয়োজন হয়, তবে তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[DU (প্রযুক্তি) Admission Test, 2020-21 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি,

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$\therefore$ $V = \frac{15\times10^{-3}}{8{\cdot}9\times10^{3}} = 1{\cdot}685\times10^{-6}$ m³

আবার তারটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হলে,

$V = AL = 2A$

$\therefore$ $2A = 1{\cdot}685\times10^{-6}$

বা, $A = \frac{1{\cdot}685\times10^{-6}}{2} = 0{\cdot}8425\times10^{-6}$ m²

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{FL}{Al} = \frac{MgL}{AL}$$

বা, $Y = \frac{12\times9{\cdot}8\times2}{0{\cdot}8425\times10^{-6}\times1{\cdot}6\times10^{-3}}$

$= \frac{24\times9{\cdot}8\times10^{9}}{0{\cdot}8425\times1{\cdot}6} = 174{\cdot}5\times10^{9}$

$= 1{\cdot}745\times10^{11}$ Nm^{-2}

এখানে,

$L = 2$m

$m = 15$ g $= 15\times10^{-3}$ kg

$\rho = 8{\cdot}9\times10^{3}$ kgm^{-3}

$l = 1{\cdot}6$ mm $= 1{\cdot}6\times10^{-3}$ m

$M = 12$ kg

$g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}

$Y = ?$

৩। দুটি সমান দৈর্ঘ্যের তারের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 2। এদের ওপর একটি সমান বল প্রয়োগ করা হলো। যদি তার দুটির দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধির অনুপাত 3 : 1 হয় তবে তার দুটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্কের অনুপাত নির্ণয় কর।

[Admission Test : KUET 2004-05; DU unit-A 2019-20 (মান ভিন্ন); BUET 2018-19 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি,

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{l_2}{l_1}\times\frac{A_2}{A_1} = \frac{l_2}{l_1}\times\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2}$$

$$= \frac{l_2}{l_1}\times\frac{r_2^2}{r_1^2} = \left(\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

সুতরাং $Y_1 : Y_2 = 4 : 3$

এখানে,

$r_1 : r_2 = 1 : 2$

$l_1 : l_2 = 3 : 1$

৪। সমান দৈর্ঘ্যের দুটি ভিন্ন পদার্থের তারের দৈর্ঘ্য বরাবর সমান বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে দ্বিতীয় তারটি প্রথমটির 2·5 গুণ প্রসারিত হলো। তার দুটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক যথাক্রমে $1{\cdot}8 \times 10^{11}$ N/m² ও $1{\cdot}6 \times 10^{11}$ N/m²। এদের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [RUET Admission Test, 2009-10]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}$$

$$F = \frac{YAl}{L}$$

এখানে,

$l_2 = 2{\cdot}5\, l_1$

$Y_1 = 1{\cdot}8 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$

$Y_2 = 1{\cdot}6 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$

প্রশ্নমতে, $F_1 = F_2$

$\therefore \frac{Y_1A_1l_1}{L} = \frac{Y_2A_2l_2}{L}$

বা, $Y_1A_1l_1 = Y_2A_2l_2$

বা, $Y_1 \times \pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \times l_1 = Y_2 \times \pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \times 2{\cdot}5l_1$

$\therefore \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{Y_2 \times 2{\cdot}5}{Y_1} = \frac{1{\cdot}6 \times 2{\cdot}5}{1{\cdot}8} \quad \therefore \frac{d_1}{d_2} = 1{\cdot}49 = 1{\cdot}5$

বা, $\frac{2r_1}{2r_2} = 1{\cdot}5$

বা, $\frac{r_1}{r_2} = 1{\cdot}5$

$\therefore r_1 : r_2 = 1{\cdot}5 : 1$ (উত্তর)

৫। 1 mm² প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$] [CUET Admission Test, 2009-10]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

বা, $F = \frac{YAl}{L}$

$= \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times 0{\cdot}05\,L}{L}$

$= 1 \times 10^4$ N

ধরি,

আদি দৈর্ঘ্য = L = 5%

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = \frac{5\,L}{100} = 0{\cdot}05L$

ক্ষেত্রফল, $A = 1\, mm^2 = 1 \times 10^{-6}\, m^2$

$Y = 2 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$

বল, F = ?

৬। 1 mm² প্রস্থচ্ছেদ এবং 2 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরু তারের 1 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে 0·08 J কাজের প্রয়োজন হলে পদার্থের উপাদানের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

আমরা জানি, কৃত কাজ,

$$W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

বা, $Y = \frac{2\,WL}{Al^2} = \frac{2 \times 0{\cdot}08 \times 2}{1 \times 10^{-6} \times (10^{-3})^2}$

$= 0{\cdot}32 \times 10^{12}$

$= 3{\cdot}2 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$

এখানে,

$A = 1\, mm^2 = 1 \times 10^{-6}\, m^2$

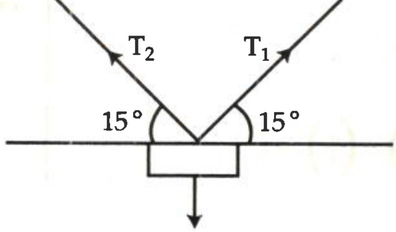
$l = 1\, mm = 10^{-3}\, m$

$L = 2\, m$

$W = 0{\cdot}08$ J

Y = ?

৭। সমান দৈর্ঘ্য ও $r = 0{\cdot}5$ ব্যাসার্ধের দুটি ইস্পাত তারের সাহায্যে 45 kg ভরের একটি ট্রাফিক লাইট ঝুলানো আছে। যদি তার দুটি অনুভূমিকের সাথে 15° কোণ তৈরি করে, তাহলে ট্রাফিক লাইটের ওজনের জন্য তার দুটির দৈর্ঘ্য বিকৃতির পরিমাণ কত হবে? [দেওয়া আছে, ইস্পাতের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}\, Nm^{-2}$] [BUET 2019-20]



আমরা জানি, লম্বিক উপাদান অনুসারে,

$$\frac{W}{1 \sin 15°} = \frac{T_1}{\sin (90° + 15°)} = \frac{T_2}{\sin (90° + 15°)}$$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{W}{\sin 15°} \times \cos 15°$$

$$= 851{\cdot}9465 \text{ N}$$

$$\therefore \quad T_2 = 851{\cdot}9465 \text{ N}$$

আমরা জানি,

$$Y = \frac{T/A}{l/L}$$

$$\therefore \quad \frac{l}{L} = \frac{T/A}{Y} = \frac{851{\cdot}9465}{\pi r^2 \times 2 \times 10^{11}}$$

$$= \frac{851{\cdot}95}{3{\cdot}14 \times (5 \times 10^{-3})^2 \times 2 \times 10^{11}}$$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 5{\cdot}4427 \times 10^{-5}$

৭·৭·২ কৃন্তন বা দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক

Rigidity modulus

RMDAC

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর কৃন্তন পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে কৃন্তন বা দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক বলে। একে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কাঠিন্যের গুণাঙ্ক, $\boxed{n = \frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{কৃন্তন বিকৃতি}}}$ [DAT 20-21]

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর উপরিতলে স্পর্শী বল (tangential force) F প্রয়োগ করলে যদি কৃন্তন বিকৃতি θ হয় এবং পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয়, তা হলে,

$$n = \frac{F/A}{\theta}$$

বা, $$n = \frac{F}{A\theta} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.9)$$

কাঠিন্যের গুণাঙ্কের একক ও মাত্রা ইয়ং-এর গুণাঙ্কের একক ও মাত্রার অনুরূপ। যেহেতু কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার আছে সেজন্য দৃঢ়তার গুণাঙ্ক শুধু কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

লোহার কাঠিন্যের গুণাঙ্ক $7{\cdot}7 \times 10^{10}$ Nm^{-2} বলতে আমরা বুঝি যে, একটি লোহার ঘনকের আকৃতি পরিবর্তন করে এক রেডিয়ান ব্যবর্তন কোণ উৎপন্ন করতে এর উপরিতলের প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের ওপর $7{\cdot}7 \times 10^{10}$ N বল প্রয়োগ করতে হবে।

৭·৭·৩ আয়তন গুণাঙ্ক

Bulk modulus

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে। একে K দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অতএব আয়তন গুণাঙ্ক, $\boxed{K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}}$

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, V আয়তনের কোনো বস্তুর ওপর লম্বভাবে চারদিক থেকে F বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে বস্তুর আয়তন v হ্রাস পায়। তা হলে আয়তন বিকৃতি $= v/V$। যদি বস্তুটির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয় তাহলে আয়তন পীড়ন = F/A।

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{F/A}{v/V} = \frac{FV}{Av} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.10)$$

আয়তন গুণাঙ্কের একক ও মাত্রা ইয়ং-এর গুণাঙ্কের একক ও মাত্রার অনুরূপ। পানির আয়তন গুণাঙ্ক $= 0{\cdot}2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় যে, পানির আদি আয়তনের সমান আয়তন হ্রাসের জন্য এর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে চারদিক থেকে $0{\cdot}2 \times 10^{10}$ N বল প্রয়োগ করতে হবে।

৭.৭.৪ সংনম্যতা
Compressibility

কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে সংনম্যতা বলে।

পদার্থের অণুসমূহের মধ্যে ফাঁকা থাকে বলেই এরূপ ঘটে। কঠিন ও তরল পদার্থের তুলনায় গ্যাসের সংনম্যতা অনেক বেশি।

সংনম্যতা $= \dfrac{1}{\text{আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক}}$ বা সংনম্যতা, $C = \dfrac{1}{K}$; এখানে K = আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক

এখন $K = -\dfrac{P}{\dfrac{\Delta V}{V}} = -\dfrac{PV}{\Delta V}$

$\therefore \quad C = \dfrac{1}{K} = -\dfrac{\Delta V}{PV}$

গাণিতিক সংজ্ঞা : আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশিকে সংনম্যতা বলে।

সংনম্যতার একক : সংনমত্যার একক হলো $\dfrac{m^2}{N}$

[দ্রষ্টব্য : আয়তন গুণাঙ্ককে কখনো কখনো অসংনম্যতা (Incompressibility) বলা হয়। কঠিন পদার্থের Y, K এবং *n* এই তিন প্রকার গুণাঙ্কের সবগুলোই আছে। তরল ও বায়বীয় পদার্থের শুধু আয়তন গুণাঙ্ক K আছে।]

৭.১ সারণিতে বিভিন্ন পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক দেখান হলো।

সারণি ৭.১

পদার্থ	ইয়ং গুণাঙ্ক Y (Nm^{-2})	দৃঢ়তার গুণাঙ্ক n (Nm^{-2})	আয়তন গুণাঙ্ক K (Nm^{-2})
ইস্পাত	20×10^{10}	$8{\cdot}4 \times 10^{10}$	18×10^{10}
লোহা (ঢালাই) MAT 17-18	20×10^{10}	$4{\cdot}4 \times 10^{10}$	9×10^{10}
নিকেল	20×10^{10}	$7{\cdot}9 \times 10^{10}$	16×10^{10}
তামা	$12{\cdot}6 \times 10^{10}$	4×10^{10}	14×10^{10}
অ্যালুমিনিয়াম	7×10^{10}	$2{\cdot}6 \times 10^{10}$	$7{\cdot}5 \times 10^{10}$
পিতল	10×10^{10}	$3{\cdot}5 \times 10^{10}$	11×10^{10}
সিসা	$1{\cdot}6 \times 10^{10}$	$0{\cdot}56 \times 10^{10}$	$4{\cdot}6 \times 10^{10}$
কাচ	$6{\cdot}0 \times 10^{10}$	$3{\cdot}1 \times 10^{10}$	$3{\cdot}7 \times 10^{10}$
পানি	—	—	$0{\cdot}21 \times 10^{10}$
পারদ	—	—	$2{\cdot}6 \times 10^{10}$
গ্লিসিরিন	—	—	$0{\cdot}40 \times 10^{10}$

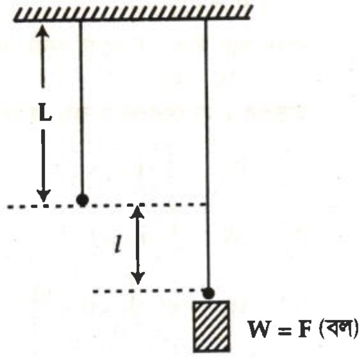
৭.৮ স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বা স্থিতিশক্তি
Elastic potential energy

যখন কোনো বস্তু তার স্বাভাবিক আকৃতি নিয়ে অবস্থান করে তখন তার আণবিক বলজনিত স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন থাকে। বাইরে থেকে ওই বস্তুতে কোনো বল প্রয়োগ করলে অর্থাৎ বাহ্যিক বলের প্রভাবে বস্তুটিকে বিকৃত করলে বস্তুর মধ্যে অভ্যন্তরীণ প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব হয় যা প্রযুক্ত বলকে বাধা প্রদান করে এবং বাহ্যিক বলকে এই অভ্যন্তরীণ প্রতিক্রিয়া বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পাদন করে বস্তুকে বিকৃত করতে হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে। এই শক্তিকেই বস্তুর স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি বা স্থিতিশক্তি বলে।

(ক) অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির জন্য কৃত কাজ (Work done for longitudinal strain)

ধরা যাক L দৈর্ঘ্যের একটি তারের প্রস্থচ্ছেদ A এবং তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক Y। তারটির এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে অন্য প্রান্তে ওজন W ঝুলানো হলো [চিত্র ৭·১৪]। এর ফলে তারটির দৈর্ঘ্য l পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। এই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l-কে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি dl-এর সমষ্টি বিবেচনা করা যেতে পারে। এখন dl দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে কৃত কাজ, $dW = F\,.\,dl$

সুতরাং, l দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে কৃত কাজ,



চিত্র ৭·১৪

$$W = \int_0^l F.dl \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

আবার আমরা জানি,

$$Y = \frac{F/A}{l/L} \text{ বা, } F = Y.\frac{l}{L}A \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i)-এ F-এর মান বসিয়ে পাই,

$$W = \int_0^l Y\frac{l}{L}A dl = \frac{YA}{L}\int_0^l l dl$$

$$= \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^l = \frac{YA}{L}\frac{l^2}{2}$$

বা, $W = \frac{1}{2}.\frac{YAl^2}{L} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iii)}$

বা, $W = \frac{1}{2}\left(Y.\frac{l}{2}.A\right).l = \frac{1}{2}\times F\times l$, সমীকরণ (ii) ব্যবহার করে

$\therefore$ কৃত কাজ $= \frac{1}{2}\times$ প্রযুক্ত বল $\times$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি

এই কাজ বস্তুতে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে।

অতএব একক আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি বা শক্তি ঘনত্ব,

$$= \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\times\frac{F\times l}{AL} \qquad [\because V = AL]$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{F}{A}\times\frac{l}{L}$$

$= \frac{1}{2}\times$ দৈর্ঘ্য পীড়ন $\times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি

অর্থাৎ, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি $= \frac{1}{2}\times$ দৈর্ঘ্য পীড়ন $\times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি

(খ) আয়তন বিকৃতির জন্য কৃত কাজ (Work done for volume strain)

ধরা যাক, V আয়তনের কোনো বস্তুর ওপর অভিলম্ব চাপ P প্রয়োগ করায় এর আয়তন v পরিমাণ হ্রাস পায়।

$\therefore$ এক্ষেত্রে কৃত কাজ, $W = \int_0^v P dv = \int_0^v \frac{Kv}{V}dv \quad \left[\because \text{আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক, } K = \frac{P}{\frac{v}{V}}\right]$

$$= \frac{1}{2}\frac{K}{V}v^2$$

এই কাজ বস্তুতে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে।

অতএব, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি বা শক্তি ঘনত্ব $= \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\times\frac{K}{V}\times\frac{v^2}{V} = \frac{1}{2}\frac{Kv}{V}\times\frac{v}{V}$

$= \frac{1}{2}\times P\times\frac{v}{V} = \frac{1}{2}\times$ আয়তন পীড়ন $\times$ আয়তন বিকৃতি

(গ) কৃন্তন বিকৃতির দরুন কৃত কাজ (Work done for shearing strain)

ধরা যাক, একটি ঘনক আকারের বস্তুর দৈর্ঘ্য $= L$। বস্তুটির নিম্নতল আবন্ধ রেখে ওপরের তলের ওপর স্পর্শিনীভাবে (tangtentially) F বল প্রয়োগ করায় ওপরের তল নিচের তলের সাপেক্ষে l দূরত্ব সরে গেল। অতএব, বস্তুটিতে উৎপন্ন কৃন্তন বিকৃতি $= \frac{l}{L}$। এখন বস্তুটির দৃঢ়তা গুণাঙ্ক,

$$n = \frac{F/A}{l/L}$$

এখন ধরা যাক, F বলের জন্য নিচের তলের সাপেক্ষে ওপরের তলের অতিক্ষুদ্র সরণ dl হয়, তা হলে কৃত কাজ,

$$dW = Fdl$$

অতএব l সরণের জন্য কৃত কাজ হবে,

$$W = \int_0^l Fdl$$

বা, $$W = \int_0^l nLldl \qquad \left[\because n = \frac{F}{L^2} \times \frac{L}{l} = \frac{F}{Ll}\right]$$

$$\therefore \quad W = nL\int_0^l ldl = \frac{nLl^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(nLl)l = \frac{1}{2}F \times l$$

$\therefore$ শক্তি ঘনত্ব, $$\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \times \frac{F \times l}{L^3} = \frac{1}{2} \times \frac{F}{L^2} \times \frac{l}{L}$$

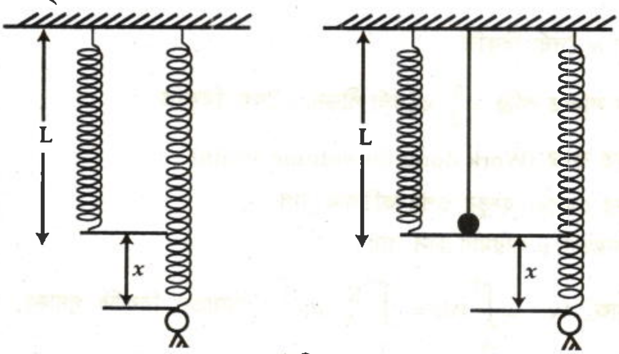
$$= \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

অনুসন্ধানমূলক কাজ : একটি টানা তার হঠাৎ ছিঁড়ে গেলে তারটি কেন উত্তপ্ত হয়?—ব্যাখ্যা কর।

কোনো টানা তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে যে কাজ করা হয় তা তারের মধ্যে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। এখন কোনো কারণে তারটি ছিঁড়ে গেলে তারের সঞ্চিত ওই স্থিতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়, ফলে তারটি উত্তপ্ত হয়।

বল ধ্রুবক
Force constant

একটি স্প্রিং তার বা একটি রডের এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সঙ্গে আটকিয়ে রেখে অপর প্রান্তে বল F প্রয়োগ করায় স্প্রিং বা রডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলো x [চিত্র ৭·১৫]।



চিত্র ৭·১৫

এখন হুকের সূত্র থেকে পাই,

$$F \propto x \text{ বা, } F = Kx \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \qquad (7.11)$$

এখানে, K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে **বল ধ্রুবক** বলা হয়।

সমীকরণ (7.11)-এ যদি $x = 1$ হয়, তবে

আমরা পাই, $K = F$

বল ধ্রুবকের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

কোনো স্প্রিং-এ একক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য প্রযুক্ত বলকে স্প্রিংটির বল ধ্রুবক বলে।

K-এর একক ও মাত্রা : যেহেতু $\boxed{K = \frac{F}{x}}$

অতএব, K এর S. I. একক হলো নিউটন/মিটার (Nm^{-1})

K এর মাত্রা হবে, $K = \frac{[F]}{[x]} = \frac{MLT^{-2}}{L} = \boxed{[MT^{-2}]}$

অনুধাবনমূলক কাজ : স্প্রিং তৈরির জন্য ইস্পাত ব্যবহার করা হয় কেন ?

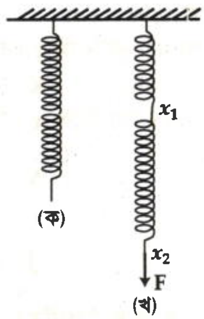
স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক ওই স্প্রিং-এর অনমনীয়তা (stifness) প্রকাশ করে। K-এর মান যত বেশি হয় স্প্রিং-এর অনমনীয়তাও তত বেশি হয়। ইস্পাতের অনমনীয়তা অনেক বেশি, তাই স্প্রিং তৈরিতে ইস্পাত ব্যবহার করা হয়।

স্প্রিং-এর সমবায়
Combination of springs

কোনো স্প্রিং-এর বল ধ্রুবকের মান এর গঠন (structure) এবং উপাদানের প্রকৃতি (nature of material)-এর ওপর নির্ভর করে। কতগুলো স্প্রিং-কে একত্রিত করে স্প্রিং সমবায় গঠন করা যায়। এই সমবায় দুই ধরনের, যথা—(i) শ্রেণি সমবায় এবং (ii) সমান্তরাল সমবায়।

(i) স্প্রিং-এর শ্রেণি সমবায় (Series combination of springs) :

ধরা যাক, দুটি স্প্রিং যাদের বল ধ্রুবক যথাক্রমে K_1 ও K_2 শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করা হয়েছে [চিত্র ৭.১৬]। এদের প্রান্তে F বল প্রয়োগ করায় এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে যথাক্রমে x_1 ও x_2।



চিত্র ৭.১৬

তা হলে প্রথম স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে, $F = K_1x_1$ বা, $x_1 = \frac{F}{K_1}$

এবং দ্বিতীয় স্প্রিং এর ক্ষেত্রে, $F = K_2x_2$ বা, $x_2 = \frac{F}{K_2}$

$\therefore$ মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $x = x_1 + x_2$

$$= \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.12)$$

এখন, স্প্রিং দুটির পরিবর্তে যদি একটি স্প্রিং ব্যবহার করা হয় যাতে একই প্রযুক্ত বলের জন্য একই পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে, তবে ওই স্প্রিং-এর বল ধ্রুবককে সমবায়ের **তুল্য বল ধ্রুবক** (equivalent force constant) বলে।

এখন তুল্য বল ধ্রুবক K হলে, আমরা পাই,

$$F = Kx, \quad \text{বা,} \quad x = \frac{F}{K}$$

$$\therefore \frac{F}{K} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$\text{বা,} \quad K = \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2} \quad \ldots \quad \therefore \quad \ldots \quad (7.13)$$

n-সংখ্যক স্প্রিং-এর শ্রেণি সমবায়ের জন্য তুল্য বল ধ্রুবক হবে,

$$\frac{1}{K} = \Sigma_i \frac{1}{K_i}$$

অর্থাৎ, **শ্রেণি সমবায়ের ক্ষেত্রে স্প্রিংগুলোর তুল্য বল ধ্রুবকের বিপরীত মানের সমষ্টি তুল্য বল ধ্রুবকের বিপরীত মানের সমান।**

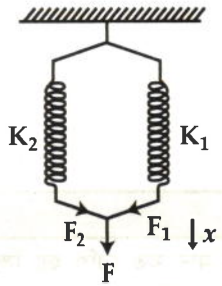
সুতরাং, স্প্রিংগুলোকে শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করলে তুল্য বল ধ্রুবকের মান সমবায়ের ক্ষুদ্রতম বল ধ্রুবকের মানের চেয়ে কম হয়।

(ii) স্প্রিং-এর সমান্তরাল সমবায় (Parallel combination of springs) :

ধরা যাক, দুটি স্প্রিং-কে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করা হয়েছে [চিত্র ৭.১৭]।

এক্ষেত্রে স্প্রিং দুটির নিচের প্রান্তে F বল প্রয়োগ করলে তা F_1 ও F_2 মানে বিভক্ত হয়ে স্প্রিং দুটির ওপর ক্রিয়া করবে। স্প্রিং দুটির বল ধ্রুবক যথাক্রমে K_1 ও K_2 এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি x হলে,

$F_1 = K_1x$ এবং $F_2 = K_2x$ [$\because$ সমান্তরাল সমবায়ের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি একই হয়]



চিত্র ৭.১৭ : স্প্রিং-এর সমান্তরাল সমবায়।

$$\therefore \quad F = F_1 + F_2 = K_1x + K_2x \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.14)$$

এখন, স্প্রিং দুটির পরিবর্তে একটি স্প্রিং নিলে যার বল ধ্রুবক K এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি একই অর্থাৎ x হলে, লেখা যায়,

$$F = Kx \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.15)$$

$$F_1 + F_2 = K_1x + K_2x$$

$$\therefore \quad K = K_1 + K_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.16)$$

n সংখ্যক স্প্রিং-এর সমান্তরাল সমবায়ের জন্য পাই,

$$K = \sum_i K_1 = K_1 + K_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + K_n$$

অর্থাৎ, **সমান্তরাল সমবায়ের ক্ষেত্রে স্প্রিংগুলোর বল ধ্রুবকের সমষ্টি সমবায়ের তুল্য বল ধ্রুবকের সমান।**

স্প্রিং-এর শক্তি
Energy of a spring

মনে করি, একটি স্প্রিং-এর ওপর F বল প্রযুক্ত হওয়ায় এর প্রসারণ ঘটল dx পরিমাণ। সুতরাং এই প্রসারণের জন্য কৃত কাজ, $dW = Fdx$

আমরা জানি স্প্রিং এর ক্ষেত্রে, $F = Kx$

অতএব, $dW = Kxdx \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.17)$

এখন স্প্রিংটিকে x পরিমাণ প্রসারিত করতে মোট কৃত কাজ,

$$W = \int dW = \int_0^x Kxdx$$

$$= K\int_0^x xdx = \frac{Kx^2}{2}$$

এই কাজ স্প্রিংটিতে স্থিতি বা বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকবে। সুতরাং স্প্রিংটিতে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি,

$$E = \frac{1}{2}x^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.18)$$

কাজ : একটি গুলতির গুটি বা পাথর যত হাল্কা হয়, সেটি তত জোরে নিক্ষিপ্ত হয়—ব্যাখ্যা কর।

একটি m ভরের পাথর বা গুটিকে v বেগে নিক্ষেপ করা হলো। এক্ষেত্রে পাথরটির গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}mv^2$। এই গতিশক্তি পাথরটি অর্জন করবে স্প্রিং বা গুলতির সঞ্চিত শক্তি থেকে।

অতএব, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Kx^2$

বা, $v = \sqrt{\frac{K}{m}}x \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.19)$

সমীকরণ (7.19) থেকে দেখা যায় যে পাথরটি যত হাল্কা হবে, সেটি তত জোরে নিক্ষিপ্ত হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৩

১। একটি স্প্রিং-এর নিম্ন প্রান্তে 4 kg ভর ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1 cm বৃদ্ধি পায়। যদি স্প্রিং-এর নিম্ন প্রান্তে আরও 2 kg ভর ঝুলানো হয়, তবে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$F = Kx$

এখন প্রথম ক্ষেত্রে,

$F_1 = Kx_1$

বা, $4 \times 9.8 = K \times 0.01$

$\therefore \quad K = \frac{4 \times 9.8}{0.01} = 3920\ Nm^{-1}$

এখানে,

ভর, $m_1 = 4$ kg

প্রযুক্ত বল, $F_1 = m_1g = 4 \times 9.8$ N

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $x_1 = 1$ cm $= 0.01$ m

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$F_2 = Kx_2$

বা, $6 \times 9.8 = 3920 \times x_2$

বা, $x_2 = \dfrac{6 \times 9.8}{3920} = 0.015\,m$

এখানে,

প্রযুক্ত বল, $F_2 = m_2 g = (4+2) \times 9.8\,N = 6 \times 9.8\,N$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $x_2 = ?$

২। দুটি স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক K_1 এবং K_2 ($K_1 > K_2$)। নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে কোন স্প্রিং-এর বেশি কাজ সম্পাদন করতে হবে? (i) ওদের সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে, (ii) সমান বল প্রয়োগে প্রসারিত করলে?

(i) স্প্রিং দুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি x হলে কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2}Kx^2$

যেহেতু উভয় স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি সমান। অতএব,

প্রথম স্প্রিং-এ কৃত কাজ, $W_1 = \frac{1}{2}K_1x^2$

এবং দ্বিতীয় স্প্রিং-এ কৃত কাজ, $W_2 = \frac{1}{2}K_2x^2$

$\therefore \dfrac{W_1}{W_2} = \dfrac{K_1}{K_2}$

$\therefore W_1 > W_2 \; [\because K_1 > K_2]$

অর্থাৎ প্রথম স্প্রিংটিতে বেশি কাজ করতে হবে।

(ii) ধরা যাক, স্প্রিং দুটিতে F বল প্রয়োগ করা হলো।

স্প্রিং দুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে x_1 ও x_2 হলে,

$F = K_1x_1 = K_2x_2$ বা, $x_1 = \dfrac{F}{K_1}$

$\therefore W_1 = \frac{1}{2}K_1x_1^2 = \frac{1}{2}K_1 \times \dfrac{F^2}{K_1^2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{F^2}{K_1}$

এবং $W_2 = \frac{1}{2}K_2x_2^2 = \frac{1}{2}K_2 \times \dfrac{F^2}{K_2^2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{F^2}{K_2}$

$\therefore \dfrac{W_1}{W_2} = \dfrac{K_2}{K_1} < 1$

অতএব, এক্ষেত্রে দ্বিতীয় স্প্রিং-এ বেশি কাজ করতে হবে।

৩। L দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক K। এটিকে এমনভাবে ভাগ করা হলো যেন $L_1 = L_2 n$। (n একটি পূর্ণ সংখ্যা) অংশ দুটির বল ধ্রুবক K_1 ও K_2 নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $K \propto \dfrac{1}{l}$

$\therefore \dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{l_2}{l_1} = \dfrac{1}{n} \qquad \left[\because \dfrac{l_1}{l_2} = n\right]$

এখন, $K_1l_1 = Kl = K(l_1 + l_2) = K\left(l_1 + \dfrac{l_1}{n}\right) = Kl_1\left(l + \dfrac{l}{n}\right)$

$\therefore K_1 = \dfrac{K}{n}(n+1)$

অনুরূপভাবে, $K_2l_2 = Kl_2(n+1)$

$\therefore K_2 = K(n+1)$

৪। স্থিরাবস্থায় থাকা 3 kg ভরের একটি বস্তু 5 m উচ্চতা থেকে একটি উল্লম্ব স্প্রিং-এর ওপর পড়ল। স্প্রিংটির বল ধ্রুবক 950Nm^{-1} হলে স্প্রিংটি কতটা সংকুচিত হবে?

ধরা যাক, বস্তুটি v বেগে ভূমি স্পর্শ করে।

$\therefore v = \sqrt{2gh}$

স্প্রিং-কে স্পর্শ করার মুহূর্তে বস্তুর গতিশক্তি,

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh = mgh$

$\therefore E_k = 5 \times 9.8 \times 5 = 245\,J$

এখানে,

$m = 3\,kg$

$h = 5\,m$

$k = 950\,Nm^{-1}$

$g = 9.8\,ms^{-2}$

$x = ?$

এই শক্তি স্প্রিংটিকে সংকুচিত করার কাজে ব্যয়িত হয়।

$\therefore \quad \frac{1}{2}Kx^2 = 245$

বা, $\frac{1}{2} \times 950 \times x^2 = 245$

বা, $x^2 = \frac{2 \times 245}{950} = 0{\cdot}5158$

$\therefore \quad x = \sqrt{0{\cdot}5158} = 0{\cdot}72$ m

৫। একটি বহুতল দালান যে উপকরণ দিয়ে তৈরি তার স্থিতিস্থাপক সীমা 5×10^5 Nm^{-2} এবং ঘনত্ব $0{\cdot}65 \times 10^3$ kgm^{-3}। প্রতি তলার উচ্চতা $3{\cdot}2$ m হলে, ওই দালানের (i) সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হতে পারে এবং (ii) দালানটি কত তলা পর্যন্ত করা সম্ভব ? ($g = 10$ ms^{-2})

এখানে,
স্থিতিস্থাপক সীমা $= 5 \times 10^5$ Nm^{-2}
ঘনত্ব, $\rho = 0{\cdot}65 \times 10^3$ kgm^{-3}
প্রতি তলার উচ্চতা $= 3{\cdot}2$ m

(i) ধরা যাক, দালানটির উচ্চতা $= h$

এখন, ভূমির ক্ষেত্রফল 1 m^2 হলে 1 m^2 ক্ষেত্রফল ও h উচ্চতাবিশিষ্ট দালানের অংশের ওজন

$=$ ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা $\times$ ঘনত্ব $\times\, g$

$= 1 \times h \times 0{\cdot}65 \times 10^3 \times 10$

$= 6{\cdot}5 \times 10^3\, h$ N

$\therefore$ ভূমির ওপর পীড়ন $= \frac{\text{ওজন}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{6{\cdot}5 \times 10^3\, h}{1}$ Nm^{-2}

এখন, প্রশ্নানুসারে দালানটি অক্ষত অবস্থায় থাকতে হলে ভূমির ওপর পীড়ন স্থিতিস্থাপক সীমার সমান হতে হবে। অর্থাৎ

$6 \times 10^3 \times h = 5 \times 10^5$

$\therefore \quad h = \frac{5 \times 10^5}{6 \times 10^3} = 83{\cdot}3$ m (প্রায়)

(ii) প্রতি তলা $3{\cdot}2$ m হলে, মোট তলার সংখ্যা

$n = \frac{83{\cdot}3}{3{\cdot}2} = 26{\cdot}04 \simeq 26$

উত্তর : ওই দালানের সর্বোচ্চ উচ্চতা $83{\cdot}3$ m এবং দালানটি 26 তলা পর্যন্ত করা যেতে পারে।

৬। একজন বালকের গুলতি 5 mm ব্যাস ও 36 cm দৈর্ঘ্য রাবারের ফিতা দিয়ে তৈরি। বালকটি ফিতাকে 18 cm টেনে একটি পাথরের গুলিকে ছুড়ল। গুলিটির ভর $0{\cdot}02$ kg। গুলিটি গুলতি থেকে 15 ms^{-1} বেগে ছুটে গেলে, রাবারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

এখানে,
গুলতির ব্যাস $= 5$ mm $= 5 \times 10^{-3}$ m
গুলতির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5}{2} \times 10^{-3}$ m $= 2{\cdot}5 \times 10^{-3}$ m
গুলতির দৈর্ঘ্য $= 36$ cm $= 0{\cdot}36$ m
ফিতার বিস্তৃতি, $x = 18$ cm $= 0{\cdot}18$ m
গুলির ভর, $m = 0{\cdot}02$ kg
গুলির বেগ, $v = 15$ ms^{-1}

গুলিটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0{\cdot}02 \times (15)^2$

$= 2{\cdot}25$ J

গুলতির ফিতা কর্তৃক কৃত কাজ,

W $=$ গড় বল $\times$ বিস্তৃতি

$= \frac{1}{2} \times \text{F} \times 0{\cdot}18$ J

ফিতা কর্তৃক কৃত কাজই গুলিটির গতিশক্তিতে পরিণত হয়। অতএব,

$\frac{1}{2} \times \text{F} \times 0{\cdot}18 = 2{\cdot}25$

বা, $\text{F} = \frac{2{\cdot}25 \times 2}{0{\cdot}18} = 25$ N

এখন, পীড়ন $= \frac{\text{F}}{\text{A}} = \frac{25}{\pi r^2} = \frac{25}{3{\cdot}14 \times \left(2{\cdot}5 \times 10^{-3}\right)^2}$

এবং বিকৃতি $= \frac{0{\cdot}18}{0{\cdot}36} = \frac{1}{2}$

অতএব রাবারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \frac{\frac{25}{3.14\,(2.5\times10^{-3})^2}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{25\times2}{3.14\times(2.5\times10^{-3})^2}$$

$$= \frac{50}{3.14\times(2.5)^2\times10^{-6}}$$

$$= 2.55\times10^{6}\ \text{Nm}^{-2}$$

৭। $4.0\ \text{mm}^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট এবং 2.5 m দৈর্ঘ্যের একটি ইস্পাতের তারকে টেনে 2.5 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো। টান করা অবস্থায় তারটিতে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। (ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = 2.0\times10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$)

এখানে,
$A = 4.0\ \text{mm}^2 = 4\times10^{-6}\ \text{m}^2$
$L = 2.5\ \text{m}$
$l = 2.5\ \text{mm} = 2.5\times10^{-3}\ \text{m}$
$Y = 2.0\times10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$

আমরা জানি তারটিতে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি,

E_p = তারটির দৈর্ঘ্য প্রসারণের দরুন কৃত কাজ

বা, $E_p = \frac{1}{2}\times F\times l \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

এখানে F হলো প্রযুক্ত বল এবং l হলো দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি

আবার, $Y = \frac{F/A}{l/L}$

বা, $\frac{F}{A} = \frac{Y\times l}{L}$

বা, $F = Y\times\frac{l}{L}\times A$

F-এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$E_p = \frac{1}{2}\times\left(Y\times\frac{l}{L}\times A\right)\times l$$

$$\therefore\ E_p = \frac{1}{2}\times\left(2.0\times10^{11}\times\frac{2.5\times10^{-3}}{2.5}\times4.0\times10^{-6}\right)\times2.5\times10^{-3}$$

$$= 1.0\times10^{11}\times1\times10^{-3}\times4.0\times10^{-6}\times2.5\times10^{-3} = 1.0\ \text{J}$$

৮। 2 m দীর্ঘ এবং 0.6 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 1 mm বৃদ্ধি করতে কত কাজ করতে হবে? ($Y = 2\times10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$) [ঢা. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); KUET Admission Test : 2012-12 (মান ভিন্ন)]

এখানে,
$L = 2\ \text{m}$
$d = 0.6\ \text{mm}$
$\frac{d}{2} = 0.3\ \text{mm} = 0.3\times10^{-3}\ \text{m}$
$l = 1\ \text{mm} = 1\times10^{-3}\ \text{m}$
$Y = 2\times10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$
$W = ?$

আমরা জানি কৃত কাজ,

$$W = \frac{1}{2}\times F\times l$$

আবার,

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{FL}{Al} \text{ বা, } F = \frac{YAl}{L}$$

$$\therefore\ W = \frac{1}{2}\times\left(\frac{YAl}{L}\right)\times l = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

$$\therefore\ W = \frac{\frac{1}{2}\times2\times10^{11}\times3.14\times(0.3\times10^{-3})^2\times(1\times10^{-3})^2}{2}$$

$$= \frac{3.14\times0.09\times10^{-6}\times1\times10^{-6}\times10^{11}}{2}$$

$$= 0.014\ \text{J}$$

৯। 100 g ভরের একটি স্প্রিং–এর 2 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে। ওই স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে 800 g ভরের একটি বস্তুকে সংযুক্ত করা হলো এবং বস্তুটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 8 cm বিচ্যুত করা হলো। ওই অবস্থানে সংস্থাটির শক্তি নির্ণয় কর। বস্তুটি সাম্যাবস্থা থেকে 4 cm দূরে থাকলে এর বেগ কত হবে বের কর।

স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক,

$$K = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0^{\cdot}1 \times 9^{\cdot}8}{0^{\cdot}02} = 49 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে বিস্তার, $A = 8 \text{ cm} = 0^{\cdot}08 \text{ m}$

এখানে,
$m = 100 \text{ g} = 0^{\cdot}1 \text{ kg}$
$g = 9^{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$
$x = 2 \text{ cm} = 0^{\cdot}02 \text{ m}$
$M = 800 \text{ g} = 0^{\cdot}8 \text{ kg}$

সুতরাং, মোট শক্তি E = সর্বোচ্চ শক্তি = বিস্তারের প্রান্তবিন্দুতে স্থিতিশক্তি $= \frac{1}{2} KA^2$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{2} \times 49 \times (0^{\cdot}08)^2 = 0^{\cdot}1568 \text{ J}$$

$x = 4$ cm অবস্থানেও সংস্থাটির মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। ওই অবস্থানে যদি বেগ v হয় তবে, আমরা পাই,
গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি = মোট শক্তি = E = 0·1568

বা, $\frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} Kx^2 = 0^{\cdot}1568$

বা, $\frac{1}{2} \times 0^{\cdot}8 \times v^2 = 0^{\cdot}1568 - \frac{1}{2} \times 49 \times (0^{\cdot}02)^2 = 0^{\cdot}147 \text{ J}$

এখানে,
$K = 49$
$x = 0^{\cdot}02 \text{ m}$

বা, $v^2 = \frac{2 \times 0^{\cdot}147}{0^{\cdot}8} = 0^{\cdot}3675$

$\therefore \quad v = \sqrt{0^{\cdot}3675} = 0^{\cdot}606 \text{ ms}^{-1}$

১০। 0·1 m বাহুবিশিষ্ট অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি একটি ঘনকের কোনো তলে $89^{\cdot}67 \times 10^5$ N আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্পর্শিনী বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থির তলের সাপেক্ষে তলটির $3^{\cdot}05 \times 10^{-3}$ m সরণ ঘটে। আকার পীড়ন, আকার বিকৃতি ও দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুসারে, আকার পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{89^{\cdot}67 \times 10^5 \text{ N}}{0^{\cdot}1 \text{ m} \times 0^{\cdot}1 \text{ m}}$

$= 89^{\cdot}67 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$

এখানে,
$L = 0^{\cdot}1 \text{ m}$
$\frac{F}{A} = 89^{\cdot}67 \times 10^5 \text{ N}$
$x \; 3^{\cdot}05 \times 10^{-3} \text{ m}$

আকার বিকৃতি $= \frac{\text{সরণ}}{\text{বস্তুর দৈর্ঘ্য}} = \frac{x}{y} = \frac{3^{\cdot}05 \times 10^{-3} \text{m}}{0^{\cdot}1 \text{ m}}$

$= 3^{\cdot}05 \times 10^{-2} \left(\because \frac{x}{y} = \frac{d}{D} \right)$

এবং দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{\text{আকার পীড়ন}}{\text{আকার বিকৃতি}} = \frac{89^{\cdot}67 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}}{3^{\cdot}05 \times 10^{-2}}$

$= 2^{\cdot}94 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$

১১। 10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনকের দুটি বিপরীত তলে দুটি সমান এবং বিপরীত বল প্রয়োগ করা হলো। ঘনকটিকে 0·02° মোচড় দিতে প্রত্যেক তলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? (ধাতুর দৃঢ়তা গুণাঙ্ক = $7^{\cdot}7 \times 10^{10}$ Nm^{-2})

আমরা জানি, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক,

$$\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\theta}$$

বা, $F = \frac{\eta \theta A}{\theta}$

$\therefore \quad F = \frac{7^{\cdot}7 \times 10^{10} \times 0^{\cdot}02 \times \pi \times (0^{\cdot}1)^2}{180}$

$= \frac{7^{\cdot}7 \times 0^{\cdot}02 \times 3^{\cdot}14 \times 1 \times 10^{-2} \times 10^{10}}{100}$

$= 0^{\cdot}48 \times 10^6 \text{ N} = 4^{\cdot}8 \times 10^5 \text{ N}$

এখানে,
$l = 10 \text{ cm} = 0^{\cdot}1 \text{ m}$
A = তলের ক্ষেত্রফল = 0·1
$= 0^{\cdot}1 \times 0^{\cdot}1 = (0^{\cdot}1)^2 \text{ m}^2$
কৃন্তন বিকৃতি, $\theta = 0^{\cdot}02°$
$= \frac{0^{\cdot}02 \times \pi}{180}$ rad
$\eta = 7^{\cdot}7 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
কৃন্তন বল, F = ?

১২। স্থির তাপমাত্রায় 20 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পরিবর্তনে একটি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন 0·01% হলো। এর আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = 1.013×10^5 Nm^{-2}]। [য. বো. ২০১২ (মান ভিন্ন)]

ধরি নির্ণেয় গুণাঙ্ক $= K$

আমরা পাই, $K = \dfrac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \dfrac{F}{A} \div \dfrac{v}{V}$ ... ... (i)

সমীকরণ (i)-এ মানগুলো বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$K = \frac{20 \times 1.013 \times 10^5 \text{Nm}^{-2}}{\frac{1}{10000}}$$

$= 2.026 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

এখানে,
আয়তন পীড়ন,
$\dfrac{F}{A}$ = 20 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ
$= 20 \times 1.013 \times 10^5$ Nm^{-2}
আয়তন বিকৃতি,
$\dfrac{v}{V} = 0.01\% = \dfrac{0.01}{100} = \dfrac{1}{10000}$

১৩। ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm এর Y = 2×10^{11} Nm^{-2} হলে ঘনকের নিচের তলের মাঝ বরাবর 5 kg ভর ঝুলালে আয়তন গুণাঙ্ক কত হবে ? (পয়সনের অনুপাত, σ = 0·4)

ঘনকের আয়তন, $V = l^3$

$\therefore\ dV = 3l^2 dl$ [ব্যবকলন করে পাই]

$\dfrac{dV}{V} = \dfrac{3l^2}{V} \times dl$ [V দ্বারা ভাগ করে পাই]

বা, $\dfrac{dV}{V} = \dfrac{3l^2}{l^3} \times dl = \dfrac{3dl}{l}$ ... ... (i)

আবার, $B = \dfrac{F/A}{dV/V}$ বা, $\dfrac{dV}{V} = \dfrac{F/A}{B}$

এবং $Y = \dfrac{F/A}{dl/l}$ বা, $\dfrac{dl}{l} = \dfrac{F/A}{Y}$

(i)নং থেকে পাই,

$$\frac{F/A}{B} = \frac{3F/A}{Y}$$

$\therefore\ B = \dfrac{Y}{3} = \dfrac{2 \times 10^{11}}{3} = 6.67 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

এখানে,
ঘনকের দৈর্ঘ্য, $l = 6$ cm
পয়সনের অনুপাত, σ = 0·4
ভর, $m = 5$ kg
ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, Y = 2×10^{11} Nm^{-2}
আয়তন গুণাঙ্ক, B = ?

১৪। একটি দেয়াল হতে 4·8 cm ব্যাসের একটি অ্যালুমিনিয়ামের দণ্ড অনুভূমিকভাবে 5·3 cm প্রক্ষেপিত আছে। দণ্ডটির শেষ প্রান্তে 1200 kg ভরের একটি বস্তু ঝুলানো আছে। অ্যালুমিনিয়ামের বিবর্তন গুণাঙ্ক 3×10^{10} Nm^{-2}। দণ্ডটির ভারকে উপেক্ষা করে। (ক) দণ্ডটির উপর ব্যবর্তন পীড়ন এবং (খ) দণ্ডটির প্রান্তের উল্লম্ব বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [BUET 2016-17]

(ক) পীড়ন $= \dfrac{F}{A} = \dfrac{mg}{\pi r^2} = \dfrac{1200 \times 9.8}{3.14 \times (0.048)^2}$

$= 6.5 \times 10^6$ Nm^{-2}

(খ) ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, $\eta = \dfrac{F/A}{\theta}$

$\Rightarrow\ \theta = \dfrac{F}{nA} = \dfrac{6.5 \times 10^6}{3 \times 10^{10}} = 2.17 \times 10^{-4}$

$\therefore\ \tan\theta = \theta = \dfrac{y}{x}$

$\therefore\ y = \theta \times x = (2.17 \times 10^{-4}) \times 5.3$

$= 0.115$ cm $= 1.15$ mm

১৫। পানির উপরিতলে পানির ঘনত্ব 1.03×10^3 kgm^{-3} হলে 800 atm চাপ গভীরতায় পানির ঘনত্ব কত হবে? [দেওয়া আছে, পানির সংনম্যতা = 45.8×10^{-11} Pa^{-1} এবং 1 atm = 1.013×10^5 Pa] [BUET 2016-17]

আমরা জানি,

$$\frac{1}{B} = \frac{\Delta V}{PV}$$

বা, $PV = B\Delta V$

বা, $B\Delta V = PV$

এখানে,
$\rho = 800$ atm $= 800 \times 1.013 \times 10^5$ Pa
$\dfrac{1}{B} = 45.8 \times 10^{-11}$ Pa^{-1} = সংনম্যতা
B = আয়তন গুণাঙ্ক

$\therefore \quad \Delta V = \dfrac{PV}{B} = 0{\cdot}037\ V$

$\therefore$ পরিবর্তিত আয়তন, $V' = V - 0{\cdot}037\ V = 0{\cdot}063\ V$

এখানে পানির ভর অপরিবর্তিত থাকে।

$\therefore \quad V\rho = V' \times \rho'$

$\therefore \quad \rho' = \dfrac{V\rho}{V'} = \dfrac{1{\cdot}03 \times 10^3 \times V}{0{\cdot}963V}$

$= 1{\cdot}069 \times 10^3\ kgm^{-3}$

RMDAC

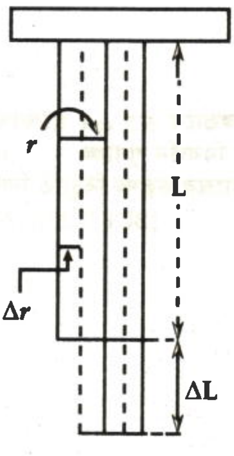
৭.৯ পয়সনের অনুপাত
Poisson's ratio

পূর্বে আলোচিত তিনটি স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক ছাড়া আরও একটি বিশেষ ধরনের স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক আছে। এটি আবিষ্কার করেন বিজ্ঞানী পয়সন। তাঁর নামানুসারে এই ধ্রুবকের নাম দেওয়া হয়েছে পয়সনের অনুপাত।

কোনো একটি তারের এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে অন্য প্রান্তে বল প্রয়োগ করে টানলে দৈর্ঘ্য বিকৃতির সঙ্গে সঙ্গে পার্শ্ব বিকৃতি ঘটে অর্থাৎ তারের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ কমে যায়। পয়সনের পরীক্ষা এবং প্রাপ্ত ফলাফল অনুসারে **স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।**

অর্থাৎ, $\dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে 'σ' দ্বারা সূচিত করা হয়। এর নাম **পয়সন-এর অনুপাত।**

$\therefore \quad \sigma = \dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$



চিত্র ৭.১৮

ব্যাখ্যা : মনে করি, একটি তারের আদি দৈর্ঘ্য L এবং ব্যাসার্ধ r [চিত্র ৭.১৮]। তারটির এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে নিম্ন প্রান্তে বল প্রয়োগ করে টানলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে এবং পার্শ্ব হ্রাস পাবে। মনে করি দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে L' হলো এবং ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়ে r' হলো।

অতএব, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\Delta L = L' - L$

এবং ব্যাসার্ধ হ্রাস, $\Delta r = r - r'$

সুতরাং, পার্শ্ব বিকৃতি $= \dfrac{\Delta r}{r}$ এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \dfrac{\Delta L}{L}$

$$\therefore \text{ পয়সন-এর অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.20)$$

$$= \frac{\Delta r / r}{\Delta L / L} = \frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L}$$

ΔL ধনাত্মক হলে Δr ঋণাত্মক হয়। আবার ΔL ঋণাত্মক হলে Δr ধনাত্মক হয়।

$$\therefore \quad \sigma = -\frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.21)$$

পয়সনের অনুপাত কেবল কঠিন পদার্থেরই বৈশিষ্ট্য।

σ-এর মান : কোনো পদার্থের পয়সন-এর অনুপাত -1 হতে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যবর্তী, অর্থাৎ $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$।

মাত্রা ও একক : পয়সনের অনুপাত দুটি বিকৃতির অনুপাত, তাই এর কোনো মাত্রা ও একক নেই।

তাৎপর্য : তামার পয়সনের অনুপাত $0{\cdot}33$ বলতে বুঝায় যে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করলে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত $0{\cdot}33$ হয়।

DAT 16-17

σ এর মান — 1 অপেক্ষা বেশি এবং $\frac{1}{2}$ অপেক্ষা কম হয়। অর্থাৎ σ এর মান — 1 হতে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে অবস্থিত $(-1 < \sigma < \frac{1}{2})$। কিন্তু বাস্তবে σ-এর ঋণাত্মক মান সম্ভব নয়। তাই σ-এর বাস্তব মানের সীমা $0 < \sigma < \frac{1}{2}$। প্রকৃতপক্ষে দেখা যায় σ-এর মান 0·2 থেকে 0·4 এর মধ্যে থাকে।

পয়সনের অনুপাত স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নয়; এটি একটি স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক। এই অনুপাত কেবল বস্তুর উপাদানের ওপর নির্ভর করে। পয়সনের অনুপাত শুধুমাত্র কঠিন পদার্থের বৈশিষ্ট্য, তরল বা গ্যাসের জন্য এই অনুপাত নেই।

বিভিন্ন পদার্থের পয়সনের অনুপাত : সারণি ৭.২

পদার্থ	পয়সনের অনুপাত	পদার্থ	পয়সনের অনুপাত
১. সিসা	0·44	৬. নিকেল	0·31
২. অ্যালুমিনিয়াম	0·35	৭. লোহা (পেটা)	0·28
৩. তামা	0·34	৮. লোহা (ঢালাই)	0·24
৪. ইস্পাত	0·33	৯. কাঁচ	0·18—0·3
৫. পিতল (60% তামা)	0·33		

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৪

১। 150 cm দৈর্ঘ্যের একটি ধাতব তারের এক প্রান্ত আটকে রেখে অপর প্রান্তে ভার ঝুলালে 2 mm দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয়। তারের ব্যাস 1 mm এবং তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0·24 হলে প্রসারিত অবস্থায় তারটির ব্যাসের পরিবর্তন নির্ণয় কর। [দি. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); ম. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি, $\sigma = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/L}$

∴ তারের ব্যাসের পরিবর্তন, $\Delta d = \frac{\sigma \times \Delta l \times d}{L} = \frac{0.24 \times 0.2 \times 0.1}{150}$

$= 3.2 \times 10^{-5}$ cm

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, L = 150 cm
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\Delta l = 2\text{ mm} = 0.2\text{ cm}$
তারের ব্যাস, $d = 1\text{ mm} = 0.1\text{ cm}$
পয়সনের অনুপাত, σ = 0·24
$\Delta d = ?$

২। একটি তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0·01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত কত হবে ? [সি. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{dL}{Dl} = \frac{1 \times 10^{-5} \times 2}{5 \times 10^{-3} \times 0.1}$

$= \frac{2 \times 10^{-5}}{0.5 \times 10^{-3}}$

$= 4 \times 10^{-2} = 0.04$

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, L = 2 cm
ব্যাস, $D = 5\text{ mm} = 5 \times 10^{-3}$ m
হ্রাসকৃত ব্যাস, $d = 0.01\text{ mm} = 1 \times 10^{-5}$ m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = L \times 5\% = \frac{2 \times 5}{100} = 0.1$ m
পয়সনের অনুপাত, σ = ?

৩। 2 mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে কত kN বল প্রয়োগ করতে হবে ? এর ফলে তারের ব্যাসের কতটা পরিবর্তন হবে ? [ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} N/m² এবং পয়সনের অনুপাত 0·25] [রা. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); BUET Admission Test, 2017-18]

আমরা জানি,

$F = \frac{YlA}{L} = \frac{Yl \times \pi r^2}{L}$

$= \frac{2 \times 10^{11} \times 0.15\,L \times 3.14 \times 10^{-6}}{L}$

$= 2 \times 10^{11} \times 0.15 \times 3.14 \times 10^{-6}$

$= 9.42 \times 10^4\text{ N} = 94.2$ kN

$\sigma = \frac{dL}{Dl}$

বা, $d = \frac{\sigma D l}{L} = \frac{0.25 \times 2 \times 0.15\,L}{L} = 0.075$ mm

এখানে,
$l = 15\%L = \frac{15}{100}L = 0.15\,L$
$D = 2\text{ mm} = 2 \times 10^{-3}$ m
$r = \frac{D}{2} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2}\text{ m} = 1 \times 10^{-3}$ m
$Y = 2 \times 10^{11}\text{ Nm}^{-2}$
σ = 0·25
d = ?
F = ?

উ. 94·2 kN বল প্রয়োগ করতে হবে। ব্যাসের পরিবর্তন হবে 0·075 mm

৪। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করায় যদি দৈর্ঘ্য 6% বৃদ্ধি পায়, তা হলে তার ব্যাস 4% হ্রাস পাওয়া সম্ভব কি না ?

আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{Ld}{lD} = \frac{L \times \frac{D}{25}}{\frac{3L}{50} \times D}$$

$$= \frac{L \times D \times 50}{25 \times 3L \times D} = 0{\cdot}67$$

যেহেতু σ-এর মান 0·5 বেশি হতে পারে না, তাই এটি সম্ভব না।

এখানে,

ধরি, দৈর্ঘ্য = L

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = \left(L \times \frac{6}{100}\right) = \frac{3L}{50}$

ধরি, ব্যাস = D

$\therefore$ ব্যাস হ্রাস, $d = \left(D \times \frac{4}{100}\right) = \frac{D}{25}$

$\sigma = ?$

৭.৯.১ স্থিতিস্থাপক ধ্রুবকগুলোর মধ্যে সম্পর্ক
Relation among the elastic constants

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক Y, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক n, আয়তন গুণাঙ্ক K এবং পয়সন-এর অনুপাত σ-এর মধ্যে নিম্নোক্ত সম্পর্ক রয়েছে :

(ক) Y, K ও σ-এর মধ্যে সম্পর্ক : $Y = 3K(1 - 2\sigma)$

(খ) Y, n ও σ-এর মধ্যে সম্পর্ক : $Y = 2n(1 + \sigma)$

(গ) K, n ও σ-এর মধ্যে সম্পর্ক : $\sigma = \frac{3K - 2n}{6K + 2n}$

(ঘ) Y, K ও n-এর মধ্যে সম্পর্ক : $\frac{9}{Y} = \frac{1}{K} + \frac{3}{n}$

ওপরের সম্পর্কগুলো পর্যালোচনা করলে দেখা যায় যে, কোনো দুটি ধ্রুবক রাশির মান জানা থাকলে অপর দুটি রাশির মান নির্ণয় করা যায়।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৫

১। কোনো পদার্থের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক = 16 × 10¹⁰ Nm⁻² এবং পয়সনের অনুপাত 0·28 হলে ওই পদার্থের আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক ও দৃঢ়তা গুণাঙ্ক কত ?

আমরা জানি,

$$Y = 3K(1 - 2\sigma)$$

বা, $K = \frac{Y}{3(1 - 2\sigma)}$

$\therefore$ $K = \frac{16 \times 10^{10}}{3(1 - 2 \times 0{\cdot}28)} = 12{\cdot}12 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

আবার, $Y = 2n(1 + \sigma)$

বা, $n = \frac{Y}{2(1 + \sigma)}$

$\therefore$ $n = \frac{16 \times 10^{10}}{2 \times (1 + 0{\cdot}28)} = 6{\cdot}25 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

উত্তর : আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক $12{\cdot}12 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ ও দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $6{\cdot}25 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

এখানে,

$Y = 16 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

$\sigma = 0{\cdot}28$

২। একটি তারের উপাদানের দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $2{\cdot}1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ এবং পয়সনের অনুপাত 0·38 হলে তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$Y = 2n(1 + \sigma)$$

$\therefore$ $Y = 2 \times 2{\cdot}1 \times 10^{11}(1 + 0{\cdot}38)$

$= 2 \times 2{\cdot}1 \times 1{\cdot}38 \times 10^{11}$

$= 5{\cdot}796 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

এখানে,

$n = 2{\cdot}1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

$\sigma = 0{\cdot}38$

$Y = ?$

৩। একটি পদার্থের পয়সনের অনুপাত σ। যদি ওই পদার্থের তৈরি কোনো তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি e হয়, তাবে দেখাও যে ওই পদার্থের আয়তন বিকৃতি $e(1-2\sigma)$।

তারটির দৈর্ঘ্য l এবং ব্যাসার্ধ r হলে, আয়তন

$$V = \pi r^2 l \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (i)$$

সমীকরণ (i) কে অবকলন করে পাই,

$$dV = \pi r^2 dl + \pi l.2r dr$$

বা, $$dV = \pi r^2 l \left(\frac{dl}{l} + 2 \cdot \frac{dr}{r}\right) = V\left(\frac{dl}{l} + 2\frac{dr}{r}\right)$$

$$\therefore \frac{dV}{V} = \frac{dl}{l}\left(1 + 2\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}\right) = e(1-2\sigma) \qquad \left[\because e = \frac{dl}{l},\ \sigma = \frac{-\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}\right]$$

অতএব ওই পদার্থের আয়তন বিকৃতি = $e(1-2\sigma)$ (প্রমাণিত)

৪। একটি ধাতব পাতের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক 10×10^{10} Nm^{-2} এবং এর দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $3{\cdot}5 \times 10^{10}$ Nm^{-2} হলে এর পয়সনের অনুপাত কত?

আমরা জানি,

$$Y = 2\eta(1+\sigma)$$

$$\sigma = \frac{Y}{2\eta} - 1$$

$$= \frac{10 \times 10^{10}}{2 \times 3{\cdot}7 \times 10^{-10}} - 1$$

$$= 0{\cdot}35$$

এখানে,

$Y = 10 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

$\eta = 3{\cdot}5 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

$\sigma = ?$

৭·১০ ব্যবহারিক
Experimental

পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২	ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় Determination of Young's Modulus

মূলতত্ত্ব (Theory) : ইয়ং গুণাঙ্ক বলতে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে বুঝায়। একে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এবং A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের নিম্ন প্রান্তে m ভরবিশিষ্ট একটি বোঝা চাপিয়ে তাকে টেনে l পরিমাণ বর্ধিত করলে,

দৈর্ঘ্য পীড়ন = $\frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$ এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি = $\frac{l}{L}$; এখানে g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

∴ ইয়ং গুণাঙ্কের সূত্রানুসারে, $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$ বা, $Y = \frac{mg/A}{l/L} = \frac{mgL}{Al}$

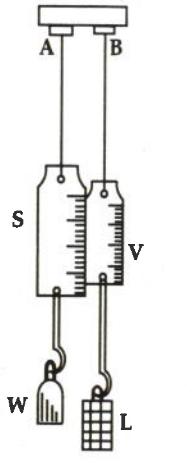
যদি প্রযুক্ত বল এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল C. G. S. পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয় তবে, $Y = \frac{mgL}{Al}$ ডাইন/বর্গসেমি।

আবার, তারটির ব্যাসার্ধ r হলে $A = \pi r^2$

$$\therefore Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \text{ নিউটন/মিটার}^2 \ (\text{Nm}^{-2}) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (i)$$

যন্ত্রপাতি (Apparatus) : (১) ভার্নিয়ার যন্ত্র, (২) মিটার স্কেল, (৩) স্ক্রু গজ এবং (৪) প্রয়োজনীয় বাটখারা।

কার্যপদ্ধতি বা কাজের ধারা (Working procedure) :



চিত্র ৭.১৯

(১) প্রথমত যন্ত্রের ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। এর পর পরীক্ষণীয় তারের ওজন আঁকশি বা অঙ্কুশে (hook) একটি ভার চাপিয়ে একে টান টান করা হয়। প্রয়োজন-বোধে সাহায্যকারী তারেও এ ব্যবস্থা নেয়া হয়। এই ভারকে প্রাথমিক ভার বা মৃত ভার (Dead load) বলে অভিহিত করা হয়। পরিশেষে ভার্নিয়ার স্কেলের সাহায্যে মূল স্কেলে একটি পাঠ নেয়া হয়।

(২) স্ক্রু-গজের সাহায্যে পরীক্ষণীয় তারের বিভিন্ন স্থানের ব্যাস বের করে গড় মান নির্ণয় করা হয়। গড় মানকে 2 দ্বারা ভাগ করে ব্যাসার্ধ r নির্ণয় করা হয় এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2$ বের করা হয়।

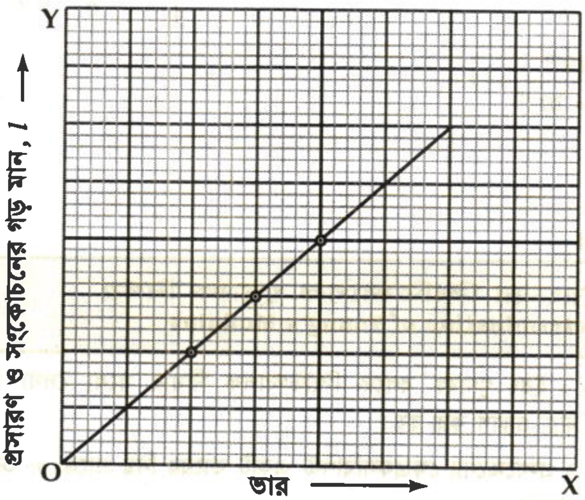
(৩) পরীক্ষণীয় তারের অসহ পীড়নকে (Breaking stress) তার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করে অসহ ভার (Breaking weight) নির্ণয় করা হয়।

(৪) মিটার স্কেলের সাহায্যে পরীক্ষণীয় তারের ঝুলন্ত বিন্দু হতে ভার্নিয়ারের 0 দাগ পর্যন্ত দূরত্ব পরিমাপ করা হয়। এটাই তারের আদি দৈর্ঘ্য L।

(৫) এবার অর্ধ কিংবা এক কিলোগ্রাম করে ভার চাপিয়ে তারের দৈর্ঘ্য মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেল হতে নেয়া হয়।

(৬) এভাবে ভার ক্রমাগত নির্দিষ্ট হারে বাড়িয়ে (লক্ষ রাখতে হবে ভার যেন অসহ ভারের অর্ধেকের বেশি না হয়) মূল স্কেল এবং ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ হতে তারের প্রসারণ নির্ণয় করা হয়। প্রতিবারেই প্রথম মান বিয়োগ করে প্রদত্ত তারের জন্য তারের প্রসারণ বের করা হয়।

(৭) এভাবে ভার বাড়িয়ে এবং পরে একই হারে ভার কমিয়ে মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেয়া হয়।



চিত্র ৭.২০

(৮) পরে একই ভারের জন্য তারের প্রসারণ ও সংকোচনের গড় মান l বের করা হয়। l-এর গড় মানগুলো সূত্র (i)-এ বসিয়ে পরীক্ষণীয় তারের গুণাঙ্ক বের করা হয়।

(৯) কখনো কখনো প্রযুক্ত ভারকে X-অক্ষে এবং তাদের সংশ্লিষ্ট সংকোচন ও প্রসারণের গড় মান Y-অক্ষে স্থাপন করে একটি লেখ অঙ্কন করা হয়। লেখটি একটি সরলরেখা হবে। এ সরলরেখাই হুকের সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করে। উক্ত সরলরেখার যেকোনো একটি বিন্দু হতে X এবং Y-অক্ষের উপর লম্ব অঙ্কন করা হয়। লম্বগুলোর পাদবিন্দু হতে ভার এবং প্রসারণের মান জেনে $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$ সমীকরণ হতে ইয়ং গুণাঙ্ক Y-এর মান নির্ণয় করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and Manipulation) :

স্ক্রু-গজের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = ……… মিমি = ……… সেমি

ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক = ……… মিমি = ……… সেমি

ছক নম্বর 1 (তারের ব্যাসার্ধের জন্য)

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা		প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি	চক্রাকার স্কেল পাঠ = C	লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = K মিমি	খণ্ড অংশ F = C × K মিমি	মোট = M + F মিমি	গড় ব্যাস = d মিমি	যান্ত্রিক ত্রুটি $\pm x$ মিমি	সংশোধিত ব্যাস = $d - (\pm x)$ মিমি	ব্যাসার্ধ $r = \frac{d}{2}$ মিমি
1	প্রথম পাঠ									
	লম্বিক পাঠ									
2	প্রথম পাঠ									
	লম্বিক পাঠ									
3	প্রথম পাঠ									
	লম্বিক পাঠ									

∴ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2}$ মিমি = ... সেমি

∴ $A = \pi r^2$ বর্গ সেমি

ছক নম্বর 2 (প্রসারণের এবং সংকোচনের জন্য)

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	কিলোগ্রামে ভার	ভার বাড়ানোর সময়						ভার কমানোর সময়							
		পাঠ						পাঠ							
		প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি	ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ = V	ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক K মিমি	খণ্ড অংশ, F = V × K মিমি	মোট = M + F মিমি	প্রসারণ মিমি	প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি	ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ = V	ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক K মিমি	খণ্ড অংশ, F = V × K মিমি	মোট = M + F মিমি	সঙ্কোচন মিমি	প্রসারণ ও সঙ্কোচনের গড় মিমি	প্রসারণ ও সঙ্কোচনের গড় মান সেমি
1															
2															
3															
4															
5															
6															

তারের আদি দৈর্ঘ্য, L = ... সেমি

লেখচিত্র হতে m = ... কিলোগ্রাম

প্রসারণ, l = ... সেমি।

হিসাব বা গণনা (Calculation) :

$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$ = ... ডাইন/বর্গ সেমি = ... Nm^{-2}

∴ নির্ণেয় ইয়ং গুণাঙ্ক, Y = ... Nm^{-2}

ফলাফল (Result) : প্রদত্ত তারের নির্ণেয় ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} = \ldots \ldots \text{ Nm}^{-2}$

সতর্কতা (Precautions) : এই পরীক্ষায় নিম্নলিখিত সতর্কতা অবলম্বন করা প্রয়োজন।

(১) তার দুটিকে একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলান উচিত।
(২) তার দুটি একই পরীক্ষাধীন পদার্থের হওয়া উচিত।
(৩) ব্যাস নিরূপণের সময় পরীক্ষণীয় তারের পরস্পর লম্বিক পাঠ নেয়া প্রয়োজন।
(৪) পরীক্ষণীয় তার স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকা উচিত।
(৫) অসহ পীড়ন ও অসহ ভার সর্বাগ্রে বের করা উচিত।
(৬) দ্রুত ভার কমানো ঠিক নয়, প্রতি বার কিছু সময় অপেক্ষা করতে হবে।

আলোচনা (Discussions) :

(১) পরীক্ষাধীন তার আগাগোড়া সমান প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট না হলে ফলাফল ত্রুটিপূর্ণ হবে।
(২) তার দুটি একই পদার্থের না হলে ফলাফল সঠিক হবে না।
(৩) দৈর্ঘ্য প্রসারণ ও সংকোচন সতর্কতার সাথে পরিমাপ করা না হলে ফলাফল নির্ভুল হবে না।

৭·১১ প্রবাহীর প্রবাহ
Flow of fluids

আমরা জানি পদার্থ দুই প্রকার। একটি কঠিন (solid) অপরটি প্রবাহী (fluid)। প্রবাহী আবার দুই প্রকার; যথা—তরল (liquid) এবং গ্যাস (gas)। যেকোনো প্রবাহী এক স্থান হতে অন্য স্থানে গমন করে। মেঝের ওপর পানি ফেলে দেখবে তা এক স্থানে স্থির থাকে না। মেঝের ওপর দিয়ে গড়িয়ে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যায়। আবার গ্যাস ভর্তি বেলুনের মুখ খুলে দিলে তা সাথে সাথে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। গ্যাস ছড়িয়ে পড়ল কি না আমরা বুঝতে পারি না। তবে H_2S বা কটু গন্ধযুক্ত কোনো গ্যাস বেলুন থেকে ছেড়ে দিলে দেখব মুহূর্তের মধ্যে তা চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে এবং আশপাশের স্থান দুর্গন্ধময় হয়ে পড়ে। এ থেকে আমরা সহজে বুঝতে পারি গ্যাস এক স্থান থেকে অন্য স্থানে ধাবিত হয়েছে। **প্রবাহীর এক স্থান থেকে অন্য স্থানে গমন করাকে প্রবাহীর প্রবাহ বলে।**

প্রবাহ যদি অসংনম্য (incompressible) হয় এবং এর মধ্যে কোনো অভ্যন্তরীণ বাধা বা সান্দ্রতা (viscosity) না থাকে তবে তাকে **আদর্শ প্রবাহী** বলে। কার্যত সকল তরলই অসংনম্য, কাজেই তরল পদার্থ প্রবাহীর মতো ক্রিয়া করে। গ্যাস একটি উচ্চ সংনম্য প্রবাহী। কারণ গ্যাসকে সহজে বন্ধ পাত্রে প্রবেশ করানো যায়। প্রবাহীর প্রবাহ অবিচল বা স্থিতিশীল বা অস্থিতিশীল হতে পারে। যেকোনো বিন্দুতে প্রবাহীর বেগ যদি সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তবে প্রবাহীর এই গতিকে স্থিতিশীল বা অবিচল (steady) গতি বলে। যেমন ধীরে প্রবাহিত স্রোত। অপরপক্ষে প্রবাহীর বেগ সময়ের সাথে যদি অপেক্ষক হয় অর্থাৎ সময় থেকে সময়ে ও বিন্দু থেকে বিন্দুতে পরিবর্তিত হয় তাকে অস্থিতিশীল প্রবাহ বলে। যেমন সমুদ্রে সৃষ্ট পানির প্রবাহ। প্রবাহী সান্দ্র ও অসান্দ্র দুইই হতে পারে। প্রবাহীর সান্দ্রতা ধর্ম কঠিন বস্তুর গতিতে ঘর্ষণ ধর্মের মতো।

৭·১১·১ প্রবাহীর প্রকারভেদ
Kinds of fluids

প্রবাহীর প্রবাহ বিভিন্ন প্রকার হতে পারে—

(ক) সম প্রবাহ (Uniform motion) : যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ ধ্রুব থাকে, তবে তাকে সম প্রবাহ বলে।

(খ) অসম প্রবাহ (Non-uniform motion) : যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ একই না থাকে, তবে তাকে অসম প্রবাহ বলে।

(গ) স্থির প্রবাহ (Steady motion) : যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান থাকে, তবে তাকে স্থির প্রবাহ বলে।

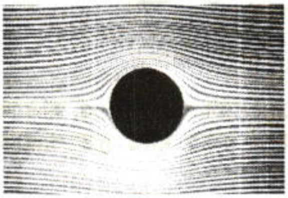
(ঘ) অস্থির প্রবাহ (Unsteady motion) : যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অস্থির প্রবাহ বলে।

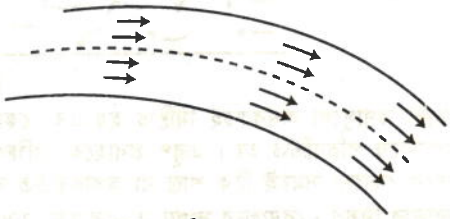
(ঙ) সমরেখ বা স্রোতরেখ বা শান্ত প্রবাহ (Streamline motion) : তরলের প্রবাহকালে প্রবাহ পথের প্রত্যেক বিন্দুতে প্রবাহের বেগের মান ও দিক যদি সর্বদা অপরিবর্তিত থাকে তবে সেই প্রবাহকে সমরেখ বা স্রোতরেখ বা শান্ত প্রবাহ বলে।

(চ) বিক্ষিপ্ত বা অশান্ত প্রবাহ (Turbulent motion) : যদি প্রবাহ পথের যেকোনো বিন্দুতে বেগের মান ও দিক নির্দিষ্ট না থাকে, এলোমেলোভাবে পরিবর্তিত হয় তবে ওই ধরনের প্রবাহকে বিক্ষিপ্ত বা অশান্ত প্রবাহ বলে।

৭·১১·২ ধারারেখ প্রবাহ বা স্রোতরেখ প্রবাহ
Streamline motion

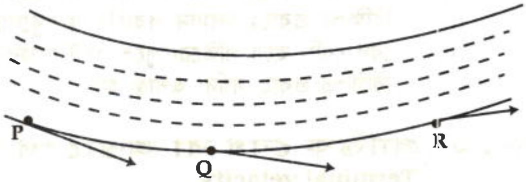
আমরা জানি, অবিচল প্রবাহে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে বেগ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে। প্রবাহী বস্তু যদি এমনভাবে প্রবাহিত হয় যে, গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে সবসময় এর বেগ, চাপ ও ঘনত্ব অপরিবর্তিত থাকে তবে ওই প্রবাহকে ধারারেখ বা স্থির প্রবাহ বলে। প্রবাহী বস্তুর স্থির প্রবাহের সময় এর প্রত্যেকটি কণার গতিপথ সামগ্রিক তরলের গতিপথের অভিমুখের সাথে মিশে যায়, অর্থাৎ কণাগুলোর গতিপথ পরস্পরের সমান্তরাল হয়। ৭·২১ চিত্রে একটি


চিত্র ৭·২১


চিত্র ৭·২২

গ্যাস সিলিন্ডারের মধ্যে গ্যাসের ধারারেখ প্রবাহ দেখানো হলো এবং ৭·২২ চিত্রে একটি পাইপ-এর মধ্য দিয়ে পানির ধারারেখ প্রবাহ দেখানো হলো।

অন্যভাবে বলা যায়, **যে প্রবাহীর প্রতি বেগের প্রবাহীর কণিকাগুলোর গতিবেগ বিভিন্ন বিন্দুতে সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে ধারারেখ প্রবাহ বলে।** **ধারারেখ প্রবাহে প্রবাহিত কোনো প্রবাহী এর অন্তর্গত যেকোনো একটি ক্ষুদ্র কণা যে পথ অনুসরণ করে চলে এবং তার যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক প্রবাহীর বেগের দিক নির্দেশ করে তাই ধারারেখ প্রবাহ।** সুষম প্রস্থচ্ছেদের একটি নল বিবেচনা কর। মনে কর এই নলের মধ্য দিয়ে সুষম বেগে পানি প্রবাহিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে পানির স্রোত নলের অক্ষের সমান্তরাল হয়। এখন যদি বিভিন্ন বিন্দুতে কোনো একটি কণার বেগের মান বা দ্রুতি নির্ণয় কর তাহলে দেখবে প্রত্যেক বিন্দুতে এই মান সমান হবে অথবা অন্যভাবে আমরা ভাবতে পারি সকল কণা P, Q, R বিন্দুকে একই দ্রুতিতে অতিক্রম করে [চিত্র ৭·২৩]। তীর চিহ্ন দ্বারা ওই বিন্দুতে বেগের দিক দেখানো হয়েছে। আমাদের শরীরে ধমনীতে রক্ত সঞ্চালন প্রবাহও একটি ধারারেখ প্রবাহ।



চিত্র ৭·২৩

কোনো ধারারেখ প্রবাহে কোনো একটি ক্ষুদ্রতল নিয়ে তলের পরিসীমা বরাবর ধারারেখগুলো টানলে একে অপরকে ছেদ করে না। ফলে স্রোতরেখার সকল স্থানে স্রোতরেখার বিন্যাস সময়ের সাথে স্থির থাকে। এই রকম প্রবাহ নলের বিন্যাস সময়ের সাথে স্থির থাকে। এই রকম প্রবাহ নলের সীমান্তরেখা ধারারেখ দিয়ে তৈরি এবং সর্বদা প্রবাহ কণিকার বেগের সমান্তরাল হয় [চিত্র ৭·২৩]। সুতরাং, কোনো প্রবাহই প্রবাহ নলের সীমান্ত অতিক্রম করতে পারে না। ফলে এই প্রবাহ প্রবাহ নলের মধ্যে এক প্রান্ত দিয়ে প্রবেশ করে অপর প্রান্ত দিয়ে তা বের হয়ে যাবে। **সর্বাধিক যে বেগ পর্যন্ত কোনো তরলের প্রবাহ ধারারেখ প্রবাহ বজায় রাখে সেই বেগকে সংকট বেগ (critical velocity) বলে।**

ধারারেখ প্রবাহের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of streamline motion

(i) ধারারেখ প্রবাহে কণার গতিপথ সরল বা বক্ররেখা হতে পারে। বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক প্রবাহী বস্তুর দিক নির্দেশ করে।

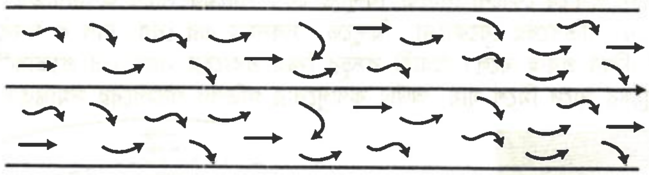
(ii) কণাগুলোর গতিরেখা পরস্পর ছেদ করতে পারে না।

(iii) বেগ বেশি হলে গতিরেখাগুলো ঘন হয়ে যায়।

৭·১১·৩ বিক্ষিপ্ত প্রবাহ
Turbulent motion

নদীতে চলার সময় মাঝে মাঝে ঘূর্ণিচক্র দেখা যায়। আবার সমুদ্রের জলোচ্ছ্বাসও কেউ কেউ দেখে থাকতে পার। দেখা যায় যে, পানির কণাগুলো বিক্ষিপ্তভাবে ওপরে-নিচে বা ডানে-বামে ছুটাছুটি করে। এক্ষেত্রে প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরাল হয় না। অর্থাৎ **যদি প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরালে না চলে, বরং গতিতে আবর্ত ও ঘূর্ণির সৃষ্টি হয়, তবে**

তাকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বা বিশৃঙ্খল প্রবাহ বলে। বিক্ষিপ্ত প্রবাহে চলমান প্রবাহীর কণাগুলো তার পূর্ববর্তী কণার বেগ ও গতিপথ অনুসরণ করে না [চিত্র ৭·২৪]।



চিত্র ৭·২৪

তরল কণাগুলো অনবরতই মিশ্রিত হয় এবং কোনো এক স্থানে তরলের বেগ এর মান ও অভিমুখ দুইই দ্রুত এলোমেলোভাবে পরিবর্তিত হয়। এরূপ প্রবাহকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বলে। বিক্ষিপ্ত প্রবাহ মূলত দ্রুত পরিবর্তনশীল এবং সেজন্য একে কোনো সময়ই ঠিক শান্ত বা অপরিবর্তিত বলা চলে না।

জানার বিষয় : রেনল্ডের সংখ্যা R_e-এর মান 2000-3000 এর মধ্যে হলে তরল প্রবাহ ধারারেখ থেকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহে পরিণত হয়। R_e-এর মান 3000 এর ওপরে হলে প্রবাহ পুরাপুরি বিক্ষিপ্ত প্রবাহে পরিণত হবে। R_e-এর মান 2000 এর কম হলে তরলের প্রবাহ ধারারেখ প্রবাহ হবে।

বিক্ষিপ্ত প্রবাহের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of turbulent motion

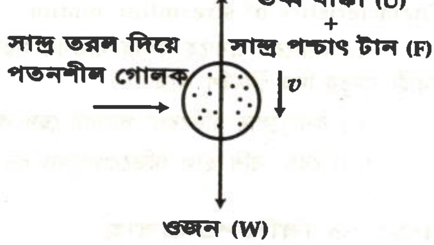
(i) প্রবাহীর স্তরগুলো পরস্পর সমান্তরাল হয় না।
(ii) বিক্ষিপ্ত প্রবাহে চলমান প্রবাহীর কণাগুলোর বেগ বিভিন্ন।
(iii) বেগ বেশি হলে গতিরেখাগুলো ঘূর্ণিপাকের মতো হয়।
(iv) বিক্ষিপ্ত প্রবাহ সর্বদা অশান্ত হয়।

৭·১২ প্রান্তিক বেগ বা অন্ত্যবেগ
Terminal velocity

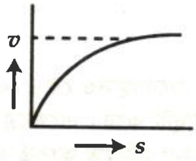
আমরা জানি পড়ন্ত বস্তু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচের দিকে পড়ে। সুতরাং যখন কোনো বস্তু তরল বা গ্যাসের মধ্য দিয়ে নিচে পড়তে থাকে, তখন তরল বা গ্যাসের যে স্তরগুলো বস্তুর সংস্পর্শে আসে, তাদেরকেও তা নিজের সাথে টেনে নিয়ে চলে। ফলে তরল বা গ্যাসের বিভিন্ন স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হয়। মাধ্যমের সান্দ্রতা ওই আপেক্ষিক গতির বিরুদ্ধে বাধার সৃষ্টি করে। যখন এই ঊর্ধ্বমুখী সান্দ্রতাজনিত বল বস্তুর গতি সৃষ্টিকারী বলের সমান হয়, তখন বস্তুর ওপর মোট কার্যকর বলের পরিমাণ শূন্য হয় এবং বস্তুটি স্থির বেগে মাধ্যমের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে। পতনশীল বস্তুর এই স্থির বেগকে প্রান্তিক বেগ বা অন্ত্যবেগ বলে।

সংজ্ঞা : কোনো সান্দ্র প্রবাহী দিয়ে যদি কোনো গোলক অভিকর্ষের প্রভাবে পতিত হয় তা হলে শুরুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে কিন্তু যুগপৎভাবে এর ওপর বাধাদানকারী বল F বৃদ্ধি পায় ফলে বস্তুটির নিট ত্বরণ কমতে থাকে। এক পর্যায়ে বস্তুর নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বস্তুটি তখন ধ্রুব বেগ নিয়ে পতিত হতে থাকে। তখন এই বেগকে প্রান্তিক বেগ বা অন্ত্যবেগ বলে।

স্টোক্‌স-এর সূত্র থেকে দেখা যায় যে, কোনো বস্তুর ওপর বাধাদানকারী বল এর বেগের সমানুপাতিক। যদি $v = 0$ হয় তা হলে $F = 0$ হবে। আবার v বাড়লে F এর মানও বাড়বে। এ থেকে বলা যায় যে, সান্দ্র প্রবাহীর মধ্যে কোনো ধাতব গোলককে পতিত হতে দিলে তার ওপর নিম্নমুখী বল তথা ওজন W, ঊর্ধ্বমুখী বল $U + F$ এর চেয়ে বড় হয়। এখানে U = ঊর্ধ্বমুখী বল তথা প্লবতা, F = ঊর্ধ্বমুখী বাধাদানকারী তথা সান্দ্র পশ্চাৎ টান, ফলে গোলকটি নিম্নমুখী ত্বরণ লাভ করে [চিত্র ৭·২৫]। তখন গোলকটি নিচের দিকে চলতে থাকে। এর ওপর কোনো নিট বল কাজ করে না ফলে বেগ একটি ধ্রুব সর্বোচ্চ মান লাভ করে, ইহাই প্রান্তিক বেগ v।



চিত্র ৭·২৫



চিত্র ৭·২৫(ক)

চিত্র ৭·২৫(ক)-এ তরলের মধ্য দিয়ে পতনশীল বস্তুর বেগ বনাম দূরত্বের লেখচিত্রে দেখানো হয়েছে।

প্রান্তিক বেগের নির্ভরশীলতা :

(ক) প্রান্তিক বেগ কোনো নির্দিষ্ট স্থানে তরলের সান্দ্রতাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ $v \propto \frac{1}{\eta}$

(খ) প্রান্তিক বেগ বস্তু ও তরলের ঘনত্বের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $v \propto \rho$

(গ) প্রান্তিক বেগ পড়ন্ত গোলকের ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $v \propto r^2$

নিচের উদাহরণটি অনুধাবন করার চেষ্টা কর।

উপরের আলোচনা থেকে নিশ্চয় বুঝতে সক্ষম হবে যে, পতনশীল কোনো বস্তুর বেগ অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা কিন্তু বাস্তবে তা হয় না কেন ?

অনুধাবনমূলক কাজ : পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগও বৃদ্ধি পাওয়ার কথা, কিন্তু প্রকৃতপক্ষে তা হয় না কেন ?

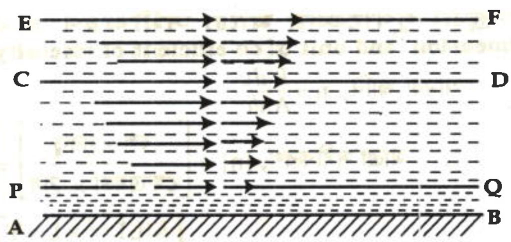
বৃষ্টির ফোঁটা বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পতনের সময় অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর ওপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পায়। একসময় ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুব বেগে পড়তে থাকে। এই বেগই অন্ত্যবেগ। সুতরাং অন্ত্যবেগ প্রাপ্তির কারণে অবাধে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না।

৭·১৩ সান্দ্রতা ও সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতা সহগ
Viscosity and co-efficient of viscosity

৭·১৩·১ সান্দ্রতা
Viscosity

সান্দ্রতা পদার্থের একটি বিশেষ ধর্ম। কেবল তরল ও বায়বীয় পদার্থেরই এই ধর্ম আছে। অতএব এটি তরল ও বায়বীয় পদার্থের সাধারণ ধর্ম। তবে এটি কী রকমের ধর্ম তাই আলোচ্য বিষয়।

কোনো একটি স্থির অনুভূমিক তলের ওপর দিয়ে কোনো একটি প্রবাহী ধারারেখ প্রবাহে চলতে থাকলে প্রবাহীর যে স্তর স্থির তল হতে অধিক দূরে অবস্থিত এর বেগ বেশি, যে স্তর স্থির তলের সাথে সংলগ্ন এর বেগ শূন্য। মনে করি AB একটি স্থির তল। এর ওপর দিয়ে একটি প্রবাহী ধারারেখ প্রবাহে চলছে। PQ, CD এবং EF হলো প্রবাহীর তিনটি স্তর [চিত্র ৭·২৬]। PQ স্থির তল সংলগ্ন, CD একটু দূরে এবং EF অধিক দূরে অবস্থিত। তাদের মধ্যে EF স্তরের বেগ বেশি, CD স্তরের বেগ এটি অপেক্ষা কম এবং PQ স্তরের বেগ শূন্য। এর কারণ ওপরের স্তর নিচের স্তরগুলোকে তাদের সাথে সমবেগে টেনে নিয়ে যাবার চেষ্টা করে। অর্থাৎ গতিশীল প্রবাহীর পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে এক ধরনের অভ্যন্তরীণ বল সৃষ্টি হয়। এই বল পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে বেশি বেগসম্পন্ন স্তরের বেগ কমিয়ে এবং কম বেগসম্পন্ন স্তরের বেগ বাড়িয়ে স্তর দুটির মধ্যে আপেক্ষিক বেগ কমাতে চেষ্টা করে। স্তর দুটির পৃষ্ঠদেশের সমান্তরালে ক্রিয়াশীল এই বলকে **সান্দ্রতা বল** (viscous force) বলা হয় এবং প্রবাহীর এই ধর্মকে **সান্দ্রতা** (viscosity) বলে।



চিত্র ৭·২৬

সংজ্ঞা : যে ধর্মের দরুন প্রবাহী তার অভ্যন্তরস্থ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ বাধাগ্রস্ত হয় বা বেগ রোধ করার চেষ্টা করে তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে। অথবা, **যে ধর্মের ফলে তরলের বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ বাধাগ্রস্থ হয় তাকে সান্দ্রতা বলে।**

বিভিন্ন প্রবাহীর সান্দ্রতা বিভিন্ন। যেমন দুধ, তেল এবং আলকাতরার সান্দ্রতা এক নয়। এদের মধ্যে আলকাতরার সান্দ্রতা সর্বাপেক্ষা বেশি, তারপর তেল এবং সর্বাপেক্ষা কম দুধের। অর্থাৎ আলকাতরা > তেল > দুধ > পানির সান্দ্রতা।

তরলকে যদি অনুভূমিক বা কাত করে রাখা নলের মধ্য দিয়ে গতিশীল করার চেষ্টা করা হয় তা হলেও প্রবাহের বিপরীত দিকে সান্দ্র বলের উদ্ভব হবে। **সান্দ্রতাকে কখনো কখনো প্রবাহীর আঠাত্ব (adhesion of fluid) বলা হয়।**

আমরা জানি একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর ওপর দিয়ে গতিশীল হয় বা গতিশীল হতে চেষ্টা করে তখন বস্তু দুটির মিলন তলে বস্তুর গতির বিপরীত দিকে একটি বাধাদানকারী বল ক্রিয়া করে। এই বলের নাম ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ

বল। তেমনি কোনো একটি প্রবাহী তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

বিজ্ঞানী নিউটনের অভিমত অনুসারে ধারারেখ প্রবাহের ক্ষেত্রে,

(i) সান্দ্রতা বল ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $F \propto A$

(ii) সান্দ্রতা বল বেগ অবক্রমের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $F \propto \frac{dv}{dy}$

$\therefore$ আমরা পাই, $F \propto A \times \frac{dv}{dy}$

বা, $F =$ ধ্রুবক $\times A \frac{dv}{dy}$ বা, $\boxed{F = \eta A \frac{dv}{dy}}$ ... ... (7.22)

এখানে η (eta) একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে। η এর মান তরলের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে।

$\therefore \quad \eta = \frac{F}{A} \times \frac{1}{dv/dy}$

যদি $A = 1$ (একক) এবং বেগ অবক্রম, $\frac{dv}{dy} = 1$ হয় তবে

সমীকরণ (7.22) হতে পাই, $F = \eta$

সমীকরণ (7.22) কে সান্দ্র তরলের ধারারেখ প্রবাহ সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র বলা হয়। যেসব তরল এই সূত্র মেনে চলে তাদেরকে নিউটনীয় তরল এবং যেসব তরল মানে না সেগুলোকে অনিউটনীয় তরল বলে।

৭·১৩·২ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতা সহগ
Co-efficient of viscosity

সংজ্ঞা : একক বেগ অবক্রমে কোনো একটি প্রবাহীর একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে পরিমাণ সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে, তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতা সহগ বলে। এই বল প্রবাহীর স্তরের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে।

অথবা, তরলে গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শিনী বল প্রয়োজন তাকে ওই তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক বা সান্দ্রতা সহগ বলে।

সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা সমীকরণ ও একক
Dimension and unit of co-efficient of viscosity

আমরা জানি, $\eta = \frac{F\,dy}{A\,dv}$

$\therefore$ মাত্রা সমীকরণ, $[\eta] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{দূরত্ব}}{\text{ক্ষেত্রফল} \times \text{বেগ}}\right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2 \times L/T}\right]$

$$= \left[\frac{MLT^{-2} \times L \times T}{L^3}\right] = \boxed{[ML^{-1}T^{-1}]}$$

একক : এম. কে. এস. এবং এস. আই. (S.I.) পদ্ধতিতে সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক নিউটন-সে./মিটার^2 (Nsm^{-2}) বা প্যাসকাল সে. (Pa s)

অনেক ক্ষেত্রে সান্দ্রতার একক হিসেবে পয়েজ (Poise) ব্যবহার করা হয়। 10 poise = 1 নিউটন-সে./ মিটার^2

সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $1\,Nsm^{-2}$ বলতে বুঝা যায় যে, $1\,m^2$ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি প্রবাহী স্তর পরস্পর হতে 1 m দূরে অবস্থিত হলে তাদের মধ্যে $1\,ms^{-1}$ আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে 1 N বল প্রযুক্ত হয়।

সান্দ্রতাঙ্ককে অনেক সময় গতীয় সান্দ্রতাঙ্ক (dynamic viscosity) বলা হয়। সান্দ্রতা সহগ প্রবাহীর সান্দ্রতার পরিমাপ বিশেষ। সান্দ্রতা সহগ বেশি হলে প্রবাহী বেশি সান্দ্র হয়। কক্ষ তাপমাত্রায় গ্লিসারিনের সান্দ্রতা সহগ পানির চেয়ে 10^3 গুণ বেশি। সমীকরণ (7.22) সকল গ্যাস ও কিছু কিছু তরলের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। এসব তরলকে নিউটনীয় তরল বলে। যেসব তরলে সান্দ্রতা গুণাঙ্ক η-এর মান শূন্য, সেই সকল তরল অনিউটনীয়। যেমন তৈল ও রং।

জানার বিষয় :

I. কক্ষ তাপমাত্রায় গ্লিসারিনের সান্দ্রতা সহগ পানির চেয়ে 10^3 গুণ বেশি।

II. 80°C তাপমাত্রায় পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0°C তাপমাত্রায় পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্কের এক-তৃতীয়াংশ।

৭·১৩·৩ সান্দ্রতার ওপর তাপমাত্রার প্রভাব
Effect of temperature on viscosity

[MAT 13-14]

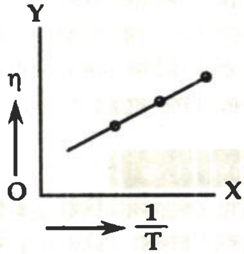
(১) তরল পদার্থ (Liquid)

সান্দ্রতার ওপর তাপমাত্রার প্রভাব রয়েছে। তরল পদার্থের ক্ষেত্রে পরীক্ষালব্ধ ফলাফলে দেখা যায় যে তাপমাত্রা বাড়ালে সান্দ্রতা হ্রাস পায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় 80°C তাপমাত্রায় পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0°C তাপমাত্রার পানির সান্দ্রতার গুণাঙ্কের এক-তৃতীয়াংশ মাত্র।

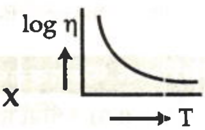
আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা : আমরা জানি যে তরলে বিভিন্ন বেগে প্রবহমান পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে এক ধরনের বিপরীতমুখী বা পশ্চাদ্বর্তী (dragging) স্পর্শিনী বল (tangential force) ক্রিয়া করে। এ বলকে সান্দ্র বল বলা হয়। দুটি স্তরের অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বলের কারণে এই সান্দ্র বলের সৃষ্টি হয়। সান্দ্র বল আন্তঃ-আণবিক দূরত্বের উপর নির্ভরশীল। তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে, ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে। এর ফলে সান্দ্র বল কমে। তরলের সান্দ্রতা ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক খুবই জটিল। তাপমাত্রা ও সান্দ্রতার গুণাঙ্কের মধ্যে মোটামুটি প্রযোজ্য সম্পর্ক হলো,

$$\log \eta = A + \frac{B}{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.23)$$

এখানে A ও B ধ্রুবক এবং T কেলভিন তাপমাত্রা। এখন $\log \eta$ বনাম $\frac{1}{T}$-এর লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ৭·২৭]। আবার $\log \eta$ বনাম T লেখচিত্র পাশের ৭·২৮ চিত্রে দেখানো হলো। $\eta \propto \frac{1}{T}$ তরলের ক্ষেত্রে।



চিত্র ৭·২৭



চিত্র ৭·২৮

(২) গ্যাস (Gas)

তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে তরলের সান্দ্রতার ওপর যে প্রভাব পরিলক্ষিত হয়, গ্যাসের ক্ষেত্রে তার বিপরীত প্রভাব দেখা যায়। গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে, গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তার পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $\eta \propto \sqrt{T}$

গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা : গ্যাসের গতিতত্ত্ব (Kinetic theory of gases) থেকে এর ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। আমরা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো সবদিকেই এলোমেলোভাবে চলাচল করতে পারে এবং এদের মধ্যে সংঘর্ষ ঘটে। গ্যাস অণুগুলোর মধ্যে দূরত্ব তরলের তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায় আন্তঃআণবিক বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায়, ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। সংঘর্ষ বাড়ার কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহে বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গড়বেগ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নিম্নরূপ :

$$c \propto \sqrt{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.24)$$

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের সান্দ্রতা গ্যাস অণুগুলোর গড় বেগের সমানুপাতিক। অর্থাৎ

$$\eta \propto c \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.25)$$

সমীকরণ (7.24) ও সমীকরণ (7.25) থেকে আমরা পাই,

$$\eta \propto c \propto \sqrt{T} \quad \therefore \eta \propto \sqrt{T}$$

$$\text{বা, } \eta = K\sqrt{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.26)$$

এখানে T, কেলভিন তাপমাত্রা এবং K, ধ্রুবক।

অনুধাবনমূলক কাজ : তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে—ব্যাখ্যা কর

তরলের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় আন্তঃআণবিক বলের কারণে। কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় অণুগুলোর মধ্যকার সংঘর্ষের কারণে। তাপমাত্রা বাড়ালে তরলের আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায়, পক্ষান্তরে গ্যাস অণুসমূহের মধ্যকার সংঘর্ষ বৃদ্ধি পায়। তাই তাপমাত্রা বাড়ালে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে।

৭·১৩·৪ সান্দ্রতার ওপর চাপের প্রভাব
Effect of pressure on viscosity

[MAT 13-14]

তরলের সান্দ্রতার ওপর চাপের প্রভাব দেখা যায়। চাপ বৃদ্ধি পেলে সান্দ্রতা বাড়ে।

ব্যাখ্যা : চাপ বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমে ফলে আন্তঃআণবিক বল বৃদ্ধি পায়। এর ফলে তরলের পাশাপাশি দুটি স্তরের আপেক্ষিক বেগ কমে যায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বেড়ে যায়।

কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতার ওপর চাপের কোনো প্রভাব নেই। তবে নিম্ন চাপের ক্ষেত্রে এর কিছুটা ব্যতিক্রম লক্ষ করা যায়। বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল ইহা প্রমাণ করেন।

নিজে কর : মাছের দেহের ধারারেখীয় গঠনের (streamlined shape) কারণ ব্যাখ্যা কর।

পানির মধ্যে মাছকে সান্দ্রতাজনিত বাধা অতিক্রম করে চলাচল করতে হয়। মাছের দেহের দুই প্রান্ত খানিকটা সরু এবং মধ্যভাগ বেশ মোটা ও চ্যাপ্টা হয়। এ ধরনের গঠনকে ধারারেখীয় গঠন বলে। এজন্য পানির মধ্য দিয়ে চলাচলের জন্য মাছ তুলনামূলকভাবে অনেক কম সান্দ্রতাজনিত বাধার সম্মুখীন হয় এবং মাছের শরীরের পাশ দিয়ে প্রবাহিত পানির প্রবাহ ধারারেখ হয়। ফলে মাছ তার গতিপথ খুব সহজেই নিয়ন্ত্রণ করতে পারে। একই কারণে অ্যারোপ্লেন, জেট প্লেন, বুলেট ট্রেন, রেসিং মোটর গাড়ি ইত্যাদির আকৃতিও ধারারেখীয় গঠনের করা হয়।

সান্দ্রতার প্রয়োজনীয়তা
Necessity of viscosity

(১) গতিশীল নৌকা, স্টিমার, লঞ্চ, জাহাজের ওপর পানির এবং গতিশীল মোটর গাড়ি ও বিমানের ওপর বায়ুর সান্দ্রতাজনিত বাধা লক্ষ করেই এ সমস্ত যন্ত্রের নকশা তৈরি হয়।

(২) ফাউনটেন পেন কালির সান্দ্রতা ধর্মের ওপর ভিত্তি করেই প্রস্তুত করা হয়।

(৩) শিরা-উপশিরা দিয়ে রক্তের চলাচল এই ধর্মের ওপর হয়ে থাকে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৬

১। 0·01 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত 2 মি.মি. পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের ওপর রাখা রয়েছে। পাতটিকে 0·05 ms^{-1} বেগে চালনা করতে 0·4 নিউটন অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০১১; কু. বো. ২০০৭]

আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

বা, $\eta = \frac{F}{A}\frac{dy}{dv}$

$\therefore \eta = \frac{0.4}{0.01} \times \frac{2\times10^{-3}}{0.05} = 1.6\ \text{N s m}^{-2}$

এখানে,

$A = 0.01\ m^2$

$dv = 0.05\ ms^{-1}$

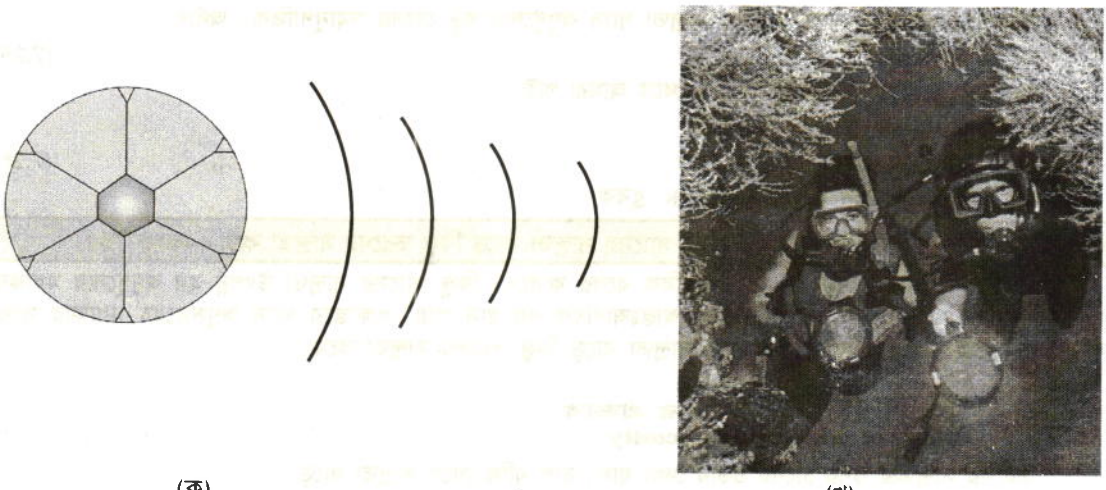
$dy = 2\ mm = 2\times10^{-3}\ m$

$F = 0.4\ N$

$\eta = ?$

৭·১৪ ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা
Collision and viscosity

নিচের ছবি দুটি লক্ষ কর দেখবে যে, উভয় ক্ষেত্রে এদের গতি বাধাগ্রস্ত হচ্ছে [চিত্র ৭·২৯(ক) ও ৭·২৯(খ)]।



(ক) (খ)

চিত্র ৭·২৯

একটি বলকে মেঝের ওপর দিয়ে গড়িয়ে দিলে বলটি খানিকটা এগিয়ে গিয়ে থেমে যায়। এর কারণ বস্তুর কোনো তলই পুরাপুরি মসৃণ নয়। তা খানিকটা উঁচু-নিচু। যখন একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর সংস্পর্শে থেকে চলবার চেষ্টা করে তখন একটির উঁচু অংশ অপরটির নিচু অংশে ঢুকে যায় এবং তাদের মিলনতলে গতিরোধকমূলক একটি বল উৎপন্ন হয়। অনুরূপভাবে একটি লোহার বলকে পানির মধ্যে পতিত হতে দিলে তাও পানির বিভিন্ন স্তরে আপেক্ষিক গতির জন্য বাধাগ্রস্ত হয়। এখানেও ঘর্ষণের ন্যায় সান্দ্র বল লোহার বলের গতি মন্থর করে দেয়। আবার একজন ডুবুরি যখন সিলিন্ডার পিঠে নিয়ে পানির তলদেশে যেতে থাকে তখন পানির ভিন্ন ভিন্ন স্তরে ডুবুরির গতি বাধাগ্রস্ত হয়। একটি বন্ধ পাত্রে তরলের ক্ষেত্রে কিন্তু গতি বাধাগ্রস্ত হয় না। ডুবুরির গতি বাধাপ্রাপ্তির কারণ হলো তরলের সান্দ্রতা প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধাগ্রস্ত করার জন্য ডুবুরির গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। এই দুটি ঘটনার প্রথমটি হলো ঘর্ষণ এবং দ্বিতীয়টি হলো সান্দ্রতা। এই দুটি বিষয়ের সংজ্ঞা আমরা পূর্বেই জেনেছি। তবে ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা রাশি দুটি উভয়েই স্পর্শিনী বল। ঘর্ষণ হলো দুটি সংলগ্ন তলের মধ্যে সম্পর্কীয় বল। অনুরূপভাবে সান্দ্রতা দুটি তরল তলের আপেক্ষিক গতি বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় স্বকীয় বল। এভাবে দুটি তরল স্তরের মাঝে তলের স্পর্শক করে একটি বলের উদ্ভব হয় যা এ দুটি স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতি নস্ট করার চেস্টা করে। প্রবাহীর যে ধর্মের জন্য এর অভ্যন্তরীণ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে সান্দ্রতা বলে। সান্দ্রতা সকল প্রবাহীর সাধারণ ধর্ম। এখন আমরা দেখব ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার পার্থক্য কোথায় ?

ওপরের আলোচনা থেকে ঘর্ষণের এবং সান্দ্রতার মধ্যে যেমন সাদৃশ্য পাওয়া যায় তেমনি এদের মধ্যে পার্থক্যও দেখতে পাওয়া যায়। পার্থক্যগুলো লক্ষ কর—

(i) ঘর্ষণ কেবলমাত্র সংস্পর্শ তলগুলোর প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে, কিন্তু সান্দ্রতা সংস্পর্শ তলগুলোর প্রকৃতি ছাড়াও তলগুলোর আপেক্ষিক গতির ওপর নির্ভর করে।

(ii) গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক সংস্পর্শ তলগুলোর আপেক্ষিক বেগের নিরপেক্ষ। কিন্তু সান্দ্রতাঙ্ক আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে।

(iii) অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বলের কোনো পরিবর্তনের জন্য ঘর্ষণের কোনো পরিবর্তন হয় না। সাধারণত চাপ প্রয়োগে তরলের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়।

সান্দ্রতাকে কখনো কখনো প্রবাহীর আঠাত্ব (adhesion) বলা হয়। আবার কেউ কেউ সান্দ্রতাকে প্রবাহীর অন্তরীণ ঘর্ষণ (intrinsic friction of fluid) বলে। কারণ সান্দ্রতা বলের স্বরূপ অনেকটা ঘর্ষণের ন্যায়। ঘর্ষণ দুটি কঠিন বস্তুর আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয় আর সান্দ্রতা প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। স্থির প্রবাহীর ক্ষেত্রে এটি ক্রিয়া করে না। ঘর্ষণ স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফলের ওপর নির্ভর করে না, তবে সান্দ্রতা প্রবাহীর তলদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের ওপর নির্ভর করে। অধিকন্তু সান্দ্রতা প্রবাহীর স্তরের বেগ এবং স্থির তল হতে তার দূরত্বের ওপর নির্ভর করে।

৭·১৪·১ সংকট বেগ ও রেনল্ডের সূত্র
Critical velocity and Reynold's formula

সংকট বেগ : তরল প্রবাহের বেগ একটি নির্দিষ্ট সীমা অতিক্রম করলে শান্ত প্রবাহ অশান্ত প্রবাহে পরিণত হয়। বেগের এই নির্দিষ্ট সীমাস্থ মানকে সংকট বেগ বলে। একে v_c দ্বারা সূচিত করা হয়।

তরলের বেগ সংকট বেগের চেয়ে বেশি হলে প্রবাহ আর ধারারেখ প্রবাহ থাকে না, অশান্ত প্রবাহে পরিণত হয়।

রেনল্ডের সূত্র : পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে বিজ্ঞানী রেনল্ড প্রমাণ করেন যে, কোনো সংকট বেগ নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর ওপর নির্ভরশীল—

(i) সংকট বেগ তরলের সান্দ্রতাঙ্কের সমানুপাতিক, অর্থাৎ $v_c \propto \eta$

(ii) সংকট বেগ তরলের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $v_c \propto \dfrac{1}{\rho}$

(iii) সংকট বেগ নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $v_c \propto \dfrac{1}{r}$

সুতরাং, $v_c \propto \dfrac{\eta}{\rho r}$

বা, $$v_c = R_e \frac{\eta}{\rho r} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (7.27)$$

R_e একটি ধ্রুবক। একে রেনল্ডের সংখ্যা বলে। সরু একটি নলের ক্ষেত্রে R_e-এর মান 2000-এর নিচে হলে নলের মধ্য দিয়ে প্রবাহকে শান্তরেখ প্রবাহ ধরা হয়। R_e-এর মান 3000-এর ওপরে হলে প্রবাহকে অশান্ত প্রবাহ এবং R_e-এর মান 2000 থেকে 3000-এর মধ্যে হলে অস্থির প্রবাহ ধরা হয়।

সমীকরণ (7.27) থেকে দেখা যায়—

(i) আদর্শ তরলের ক্ষেত্রে অর্থাৎ সান্দ্রতাঙ্ক $\eta = 0$ হলে সংকট বেগ শূন্য হয়। এক্ষেত্রে প্রবাহ সবসময়েই অশান্ত থাকে।

(ii) r বড়ো হলে অর্থাৎ মোটা নলের ক্ষেত্রে সংকট বেগ কম হয়।

(iii) তরলের ঘনত্ব বেশি হলে সংকট বেগ কম হয়।

৭·১৪·২ মাত্রা বিশ্লেষণের সাহায্যে রেনল্ড সূত্র প্রতিপাদন
Derivation of Reynold's law by dimensional analysis

ধরা যাক, সংকট বেগ নলের ব্যাসার্ধ, তরলের সান্দ্রতাঙ্ক এবং ঘনত্বের ওপর নির্ভর করে। অর্থাৎ

$v_c \propto \eta^a r^b \rho^c = K\eta^a r^b \rho^c$, এখানে, a, b, c ধ্রুবক।

মাত্রা বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$[LT^{-1}] = [ML^{-1}T^{-1}]^a \times [L]^b \times [ML^{-3}]^c$$
$$= [M^{a+c} L^{b-a-3c} T^{-a}]$$

উভয় দিকে M, L ও T-এর ঘাতগুলো সমান ধরে পাই,

$a + c = 0,\quad b - a - 3c = 1,\quad -a = -1,$ বা, $a = 1$

$\therefore\ c = -a = -1,\quad b = 1 + a + 3c = 1 + 1 - 3 = -1$

$$\therefore\ v_c = K\eta r^{-1}\rho^{-1} = \frac{K\eta}{\rho r}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৭

১। 0·30 mm ব্যাসের নল দিয়ে 40 cms^{-1} বেগে পানি প্রবাহিত হচ্ছে। পানির সান্দ্রতাঙ্ক $\eta = 10^{-3}$ poise হলে প্রবাহের রেনল্ড সংখ্যা কত ? প্রবাহের প্রকৃতি শান্ত না অশান্ত ?

আমরা জানি,

$$v = \frac{R_e \eta}{\rho r}$$

বা, $$R_e = \frac{v\rho r}{\eta}$$

$$\therefore\ R_e = \frac{0·4 \times 10^3 \times 0·15 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 600$$

সুতরাং, রেনল্ড সংখ্যা = 600

এখন, যেহেতু $R_e < 1000$, অতএব তরলের প্রবাহ শান্ত।

এখানে,

$r = \frac{0·30}{2} = 0·15\ mm = 0·15 \times 10^{-3}\ m$

$\eta = 10^{-3}$ poise $= 10^{-4}\ Nsm^{-2}$

$v = 40\ cms^{-1} = 0·4\ ms^{-1}$

$\rho = 1\ gm\ cm^{-3} = 10^3\ kgm^{-3}$

২। একটি প্রবাহী নলের ভেতর দিয়ে পানির প্রবাহের বেগ কী রকম হলে প্রবাহটি ধারারেখ বা শান্ত প্রবাহ হবে? দেওয়া আছে, নলের ব্যাস = 2·0 cm, পানির সান্দ্রতাঙ্ক $\eta = 0·001\ kgm^{-1}s^{-1}$। রেনল্ডের সংখ্যা, $R_e = 1000$, পানির ঘনত্ব $\rho = 10^3\ kgm^{-3}$।

আমরা জানি, নলের ব্যাসার্ধ r হলে পানির প্রবাহের সংকট বেগ হয়,

$$v_c = \frac{R_e \eta}{\rho r}$$

বা, $$v_c = \frac{1000 \times 0·001}{10^3 \times 1 \times 10^{-2}}$$
$$= 0·1\ ms^{-1}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{2 \times 10^{-2}}{2}\ m$
$= 1 \times 10^{-2}\ m$

$R_e = 1000$

$\rho = 10^3\ kgm^{-3}$

$\eta = 0·001\ kgm^{-1}s^{-1}$

সুতরাং, প্রবাহটি ধারারেখ বা শান্ত প্রবাহ হতে হলে পানির বেগ 0·1 ms^{-1} বেগের তুলনায় কম হতে হবে।

৭·১৫ স্টোক্‌সের সূত্র
Stokes's law

বিজ্ঞানী স্টোক্‌স প্রমাণ করেন যে, r ব্যাসার্ধের ক্ষুদ্রাকার গোলক η সান্দ্রতা গুণাঙ্কের কোনো তরল বা গ্যাসের মধ্য দিয়ে v প্রান্তিক বেগে পড়তে থাকলে বস্তুর ওপর সান্দ্রতাজনিত ঊর্ধ্বমুখী বল ক্রিয়া করে। ধরি এই বল F। এই বল

$F \propto$ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, η

$F \propto$ বস্তুর ব্যাসার্ধ, r

এবং $F \propto$ প্রান্তিক বেগ, v

$\therefore$ $F \propto \eta r v$

বা, $F = K\eta r v$ … … … (7.28)

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। তরল গতিবিজ্ঞানের সাহায্যে স্টোক্‌স প্রমাণ করেন যে $K = 6\pi$

$\therefore$ সমীকরণ (7.28) হতে পাই

$\boxed{F = 6\pi\eta r v}$ … … … (7.29)

এই সমীকরণটি তরলে পতনশীল স্টোক্‌স-এর সূত্র নামে খ্যাত। মাত্রিক পদ্ধতিতে এই সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়। উল্লেখ্য স্টোক্‌সের সূত্র শুধু অসীম বিস্তৃতির প্রবাহীর বেলায় প্রযোজ্য। যদি গোলকটি অত্যন্ত দ্রুত বেগে চলতে থাকে এবং এর ফলে প্রবাহীর প্রবাহ ধারারেখা না হয় তা হলে এই সূত্র প্রযোজ্য হবে না।

মাত্রিক পদ্ধতিতে স্টোক্‌স-এর সূত্র প্রতিপাদন : ধরি r ব্যাসার্ধের একটি ক্ষুদ্র গোলাকার বস্তু η সান্দ্রতা গুণাঙ্ক-বিশিষ্ট একটি সান্দ্র মাধ্যমের মধ্যে ছেড়ে দেয়ায় বস্তুটি কোনো এক মুহূর্তে v প্রান্তিক বেগ লাভ করলে সান্দ্রতার জন্য পশ্চাদ্‌মুখী বল বা ঘর্ষণ বল F হবে, অর্থাৎ

$F = K\eta^x r^y v^z$ … … … … … … (7.30)

এখানে K = একটি মাত্রিক ধ্রুব। x, y ও z-এর মান বের করতে হবে।

সমীকরণ (7.30)-এ F, η, r ও v-এর মাত্রিক মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$[MLT^{-2}] = K[ML^{-1}T^{-1}]^x . [L]^y . [LT^{-1}]^z$

বা, $[M^1][L^1][T^{-2}] = K[M]^x \; [L]^{y+z-x} \; [T]^{-(x+z)}$

উভয় পক্ষের [M], [L] ও [T]-এর ঘাত সমান হবে হেতু তুলনা করে লেখা যায়,

$x = 1, y + z - x = 1$ ও $x + z = 2$

সমীকরণ তিনটি সমাধান করে পাওয়া যায়, $x = 1, y = 1$ ও $z = 1$

সমীকরণ (7.30)-এ x, y ও z-এর মান বসিয়ে লেখা যায়, $F = K\eta r v$

স্টোকস গাণিতিকভাবে প্রমাণ করেন যে, $K = 6\pi$

$\therefore$ $F = 6\pi\eta r v$ … … … … (7.31)

এটিই হলো মাত্রিক পদ্ধতিতে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে স্টোক্‌সের সূত্রের প্রতিপাদন।

৭·১৫·১ স্টোক্‌সের প্রান্তিক বেগের সমীকরণ
Equation of Stokes's terminal velocity

মনে করি, গোলকটির উপাদানের ঘনত্ব ρ এবং মাধ্যমের ঘনত্ব σ। তা হলে গোলকের ওপর অভিকর্ষ বল,

F = বস্তুর ওজন = ভর $\times$ অভিকর্ষজ ত্বরণ = আয়তন $\times$ ঘনত্ব $\times$ অভিকর্ষজ ত্বরণ

$= V \times \rho \times g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$ (এখানে V = গোলকের আয়তন)

আর্কিমিডিস-এর সূত্রানুসারে গোলক কর্তৃক হারানো ওজন = মাধ্যম কর্তৃক প্রযুক্ত ঊর্ধ্বমুখী বল $= \frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g$

$\therefore$ গোলকের ওপর কার্যকরী নিম্নমুখী বল অর্থাৎ কার্যকরী ওজন,

$F = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \sigma) g$ … … … (7.32)

যখন সান্দ্রতাজনিত ঊর্ধ্বমুখী বল এবং গোলকের কার্যকরী ওজন সমান হবে তখনই বস্তু প্রান্তিক বেগে পড়তে থাকবে।

$\therefore$ আমরা পাই, $6\pi\eta r v = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \sigma) g$, F = সান্দ্র বল $= 6\pi\eta r v$ (স্টোক্‌স-এর সূত্র)

বা, $v = \frac{2r^2}{9} \frac{(\rho - \sigma) \times g}{\eta}$ … … … (7.33)

একেই স্টোক্সের প্রান্তিক বেগের সমীকরণ বলা হয়।

সমীকরণ (7.33) থেকে প্রান্তিক বেগ সম্বন্ধে জানা যায়—

(i) প্রান্তিক বেগ বস্তুর ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক।

(ii) প্রান্তিক বেগ বস্তুর ঘনত্ব এবং মাধ্যমের ঘনত্বের পার্থক্যের সমানুপাতিক।

(iii) প্রান্তিক বেগ মাধ্যমের সান্দ্রতাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৮

১। 200 mm ব্যাসার্ধের একটি গোলক কোনো তরলের ভেতর দিয়ে 2.1×10^{-2} ms^{-1} প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক 0.003 Nsm^{-2} হলে সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০২; BAU Admission Test, 2018-19]

মনে করি সান্দ্রতা বল = F

আমরা জানি, $F = 6\pi\eta r v$

$= 6 \times 3.14 \times 0.003 \times 0.2 \times 2.1 \times 10^{-2}$

$= 2.374 \times 10^{-4}$ N

এখানে,

$r = 200 \text{ mm} = 0.2 \text{ m}$

$v = 2.1 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$

$\eta = 0.003 \text{ N sm}^{-2}$

$F = ?$

২। 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল তার্পিন তেলের ভেতর দিয়ে 4×10^{-2} ms^{-1} প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। যদি লোহা ও তার্পিন তেলের ঘনত্ব যথাক্রমে 7.8×10^3 এবং 0.87×10^3 kgm^{-3} হয় তবে তার্পিন তেলের সান্দ্রতাঙ্ক বের কর।

মনে করি তার্পিন তেলের সান্দ্রতাঙ্ক = η

আমরা জানি, $\eta = \dfrac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$

$= \dfrac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 0.87 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$

$= \dfrac{2 \times 4 \times 10^{-8} \times 6.93 \times 10^3 \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$

$= \dfrac{8 \times 6.93 \times 9.8 \times 10^{-3}}{36}$

$= 1.51 \times 10^{-2}$ kgm^{-1}s^{-1}

$= 1.51 \times 10^{-2}$ Nsm^{-2}

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-4}$ m

প্রান্ত বেগ, $v = 4 \times 10^{-2}$ ms^{-1}

লোহার ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3$ kgm^{-3}

তার্পিন তেলের ঘনত্ব,

$\sigma = 0.87 \times 10^3$ kgm^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

৩। দুটি গোলক প্রান্তিক বেগে তার্পিন তেলের তলায় গিয়ে পড়ল। বড়ো গোলকটি 3 সেকেন্ডে 21 cm পথ অতিক্রম করে। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব 4×10^3 kg m^{-3}, তেলের ঘনত্ব 8.9×10^2 kg m^{-3} এবং বড়ো গোলকের ব্যাস 6 cm। [তার্পিন তেলের সান্দ্রতাঙ্ক 1.5×10^{-2} Pas^{-1}]।

প্রান্তিক বেগের সময় বড়ো গোলকটির প্রযুক্ত সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ছোটো গোলকের ব্যাস 4 cm হলে, কোন গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে ? [ব. বো. ২০১৬]

আমরা জানি সান্দ্র বল,

$F_1 = 6\pi r_1 \eta v_1$

$\therefore F_1 = 6 \times 3.14 \times 3 \times 10^{-2} \times 1.5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{-2}$

$= 5.93 \times 10^{-4}$ N

এখানে,

বড় গোলকের ব্যাসার্ধ,

$r_1 = \dfrac{6}{2} \times 10^{-2} \text{ m} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$

প্রান্তিক বেগ, $v = \dfrac{21}{3} = 7 \text{ cm s}^{-1}$

$= 7 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$

তেলের সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta = 1.5 \times 10^{-2}$ Pas^{-1}

সান্দ্র বল, $F_1 = ?$

যে গোলকের প্রান্তিক বেগ বেশি সেটি আগে নিচে পতিত হবে। ছোটো গোলকের প্রান্তিক বেগ v_2, ব্যাসার্ধ r_2 হলে,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\therefore \quad v_2 = \frac{r_2^2 \times v_1}{r_1^2} = \frac{(2 \times 10^{-2})^2 \times 7 \times 10^{-2}}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 0{\cdot}031 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

ব্যাস, $r_2 = \frac{4}{2}\text{ cm} = 2\text{cm} = 2 \times 10^{-2}\text{ m}$

যেহেতু বড়ো গোলকের প্রান্তিক বেগ ছোটো গোলকের প্রান্তিক বেগের চেয়ে বেশি তাই বড়ো গোলকটি আগে নিচে পড়বে।

৪। পানির গভীরতা মাপার জন্য একটি জলাশয়ের পানির পৃষ্ঠ থেকে 0·005 m ব্যাসার্ধের এবং $2{\cdot}5 \times 10^3$ kg/m³ ঘনত্বের একটি বল ছেড়ে দেওয়া হলো। 10 sec পর বলটি জলাশয়ের তলায় পড়ল। যদি 9 s-এ বলটি প্রান্তিক বেগ অর্জন করে থাকে, তা হলে জলাশয়ের গভীরতা নির্ণয় কর। [$\eta = 1{\cdot}6 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2}, $\rho_l = 1000 \text{ kgm}^{-3}$]

[BUET Admission Test, 2017-18]

আমরা জানি,

$$v = \frac{2}{9} \times \frac{r^2 (\rho_s - \rho_f) g}{\eta}$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{(0{\cdot}005)^2 \times (2{\cdot}5 \times 10^3 - 1 \times 10^3) \times 9{\cdot}8}{(1{\cdot}6 \times 10^{-3})}$$

$$= 51{\cdot}04 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$r = 0{\cdot}005$ m

$\rho_s = 2{\cdot}5 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

$\eta = 1{\cdot}6 \times 10^{-3} \text{ Nsm}^{-2}$

$\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3} = 1 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

0 sec থেকে 9 sec-এ অতিক্রান্ত গভীরতা,

$$s_1 = \left(\frac{u+v}{2}\right) t = \left(\frac{0 + 51{\cdot}04}{2}\right) \times 9$$

$$= 229{\cdot}68 \text{ m}$$

1 sec-এ অতিক্রান্ত গভীরতা,

$$s_2 = vt = 51{\cdot}04 \times 1 = 51{\cdot}04 \text{ m}$$

$\therefore$ মোট গভীরতা $= 229{\cdot}68 + 51{\cdot}04 = 280{\cdot}72$ m

৫। ৪টি সমান ব্যাসার্ধের পানির ফোঁটা বায়ুর মধ্য দিয়ে 8 cms⁻¹ প্রান্তীয় বেগে নিচে পড়ছে। ওই ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে একটা বড়ো ফোঁটায় পরিণত হলে এর প্রান্তীয় বেগ কত হবে?

মনে করি, ছোটো ফোঁটার ব্যাসার্ধ $= r$ এবং বড়ো ফোঁটার ব্যাসার্ধ $= R$

সুতরাং প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $R^3 = (2r)^3$ বা, $R = 2r$

এখন স্টোকসের সূত্রানুসারে প্রান্তীয় বেগ,

$$v = \frac{2}{9} \times \frac{r^2 (\rho - \sigma)}{\eta}$$

$$= Kr^2, \; K = \frac{2}{9} \times \frac{(\rho - \sigma)}{\eta} \text{ বা, } K = \frac{v}{r^2}$$

অতএব বড়ো ফোঁটার প্রান্তীয় বেগ হবে,

$$v_R = KR^2 = \frac{v}{r^2} \times R^2 = \frac{v}{r^2}(2r)^2 = \frac{v \times 4r^2}{r^2}$$

$$= 4v = 4 \times 8 \text{ cms}^{-1} = 32 \text{ cms}^{-1}$$

৬। 1 cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বায়ু বুদবুদ একটি দীর্ঘ তরল স্তম্ভের নিচ থেকে ওপরে উঠছে। এর প্রান্তীয় বেগ 0·3 cms⁻¹ হলে তরলের সান্দ্রতাঙ্ক কত? দেওয়া আছে বায়ুর ঘনত্ব, ρ = 0·0013 g cm⁻³ এবং তরলের ঘনত্ব = 1·5 g cm⁻³)

আমরা জানি, সান্দ্রতাঙ্ক,

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{r^2(\rho-\sigma)g}{v}$$

$$= \frac{2}{9}\times\frac{(10^{-2})^2\times(1{\cdot}3-1{\cdot}5\times10^3)\times9{\cdot}8}{(-0{\cdot}3\times10^{-2})}$$

[∵ ওপরের দিকে v ঋণাত্মক]

$$= \frac{2}{9}\times\frac{10^{-4}\times1498{\cdot}7\times9{\cdot}8}{0{\cdot}3\times10^{-2}}$$

$$= 108{\cdot}8\,\text{Nsm}^{-2}$$

এখানে,

$r = 1\text{ cm} = 10^{-2}\text{m}$

$v = 0{\cdot}3\text{ cms}^{-1} = 0{\cdot}3\times10^{-2}\text{ ms}^{-1}$

$\rho = 0{\cdot}0013\text{ gcm}^{-3}$

$= 0{\cdot}0013\times10^{-3}\times10^{6}$

$= 1{\cdot}3\text{ kgm}^{-3}$

$\sigma = 1{\cdot}5\text{ g cm}^{-3} = 1{\cdot}5\times10^{-3}\times10^{6}$

$= 1{\cdot}5\times10^{3}\text{ kgm}^{-3}$

$g = 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2}$

$\eta = ?$

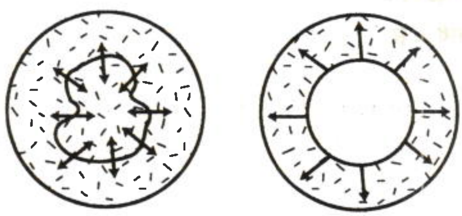
৭·১৬ পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি
Surface tension and surface energy

৭·১৬·১ পৃষ্ঠটান
Surface tension

তরল মাত্রেরই একটি ধর্ম আছে—তরল পৃষ্ঠ সর্বদাই সংকুচিত হয়ে সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফলে আসতে চায়। তরলের মধ্যে যে বলের প্রভাবে এই বিশেষ ধর্ম প্রকাশ পায় সেই বলকেই পৃষ্ঠটান বলে।

আমরা সকলেই লক্ষ করে থাকি যে মশা, মাকড়সা ইত্যাদি কীটপতঙ্গ পানির ওপরে হেঁটে চলতে পারে। একটু পর্যবেক্ষণ করলেই দেখা যাবে যে, যেখানে এদের পা পড়ে তরলের সেই স্থানটুকু একটু নিচু বা অবনমিত (depressed) হয়—কিছুটা যেন রবারের পর্দাকে চাপ দিলে যেরূপ হয় সেরূপ। এ ছাড়া কোনো সিরিঞ্জের সুচের মাথা দিয়ে খুব আস্তে আস্তে তরল ওষুধ বা পানি নির্গত করলে দেখা যায় যে তরল বা পানি নিরবচ্ছিন্নভাবে বের না হয়ে ফোঁটায় ফোঁটায় বের হচ্ছে এবং ফোঁটাগুলো সম্পূর্ণ গোলাকার। আমরা জানি একই আয়তনের সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফল হলো গোলাকার আকৃতির। তরলের মুক্ত পৃষ্ঠে নিশ্চয়ই কোনো বল ক্রিয়াশীল রয়েছে যা ফোঁটাগুলো গোলাকার রাখছে। কাজেই তরলের মুক্ত পৃষ্ঠে স্থিতিস্থাপক পর্দার টানের ন্যায় একটা টান ক্রিয়া করে। উক্ত টান তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক অভিমুখী। তরল পৃষ্ঠ যেখানে এসে শেষ হয় সেখানেই পৃষ্ঠের সীমারেখায় পৃষ্ঠটান ক্রিয়া করে।

নিচে বর্ণিত একটি পরীক্ষার সাহায্যে সহজেই পৃষ্ঠটান ক্রিয়া প্রদর্শন করা যায়।



(ক) (খ)

চিত্র ৭·৩০

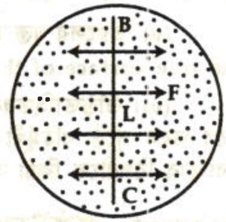
ধাতব তারের একটি গোল আংটা সাবান পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে আংটার ভেতরে সাবান পানির একটি পাতলা সর (thin film) আটকে থাকে। এবার একটি সূতা দিয়ে ছোট ফাঁস (loop) তৈরি করে সাবান পানিতে ভিজিয়ে আংটার সরের ওপর বসালে দেখা যাবে ফাঁসটি এলোমেলোভাবে অবস্থান করছে [চিত্র ৭·৩০(ক)]।

এবার একটি সুচ বা আলপিন দিয়ে ফাঁসের ভেতরের অংশ ছিদ্র করে দিলে দেখা যাবে ফাঁসটি এলোমেলো অবস্থা ত্যাগ করে বৃত্তাকার হয়েছে [চিত্র ৭·৩০(খ)]।

ওপরের ঘটনা দুটো ব্যাখ্যায় বলা যায়, যখন ফাঁসের ভেতরে সর ছিল তখন ফাঁসের প্রতিটি বিন্দুতে পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর সমান ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে। ফলে প্রতিটি বিন্দুতে বলদ্বয় পরস্পরকে প্রশমিত করে। তাই ফাঁসটি এলোমেলো থাকে। পরবর্তীতে ফাঁসটি ছিদ্র করায় ফাঁসের ভেতরের দিকের বল না থাকায় প্রতিটি বিন্দুতে শুধু সরের বাইরের দিকে বল ক্রিয়া করে, ফলে বাইরের দিকে টান অনুভূত হয় এবং বাইরের দিকের সর সংকুচিত হয়ে টান টান হয়ে যায়। ওপরের পরীক্ষা থেকে স্পষ্ট যে তরল পদার্থের মুক্ত পৃষ্ঠে এক ধরনের টান ক্রিয়াশীল। এই টানই পৃষ্ঠটান। অতএব পৃষ্ঠটানের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

সংজ্ঞা : কোনো তরলের পৃষ্ঠে একটি সরলরেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ওই রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শক রূপে যে স্পর্শিনী বল (tangential force) ক্রিয়া করে তাকেই পৃষ্ঠটান বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোনো একটি তরল তলের মুক্ত পৃষ্ঠের ওপর অঙ্কিত একটি রেখার (BC) দৈর্ঘ্য L [চিত্র ৭·৩১]। ওই সরলরেখার উভয় পার্শ্বের তরলপৃষ্ঠ সংকুচিত হতে চাইবে এবং পরস্পর হতে দূরে সরে যাওয়ার প্রবণতা পরিলক্ষিত হবে। কাজেই BC রেখার উপর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে একটা টান পড়বে। মনে করি ওই রেখার অভিলম্বভাবে ও পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পার্শ্বে বিদ্যমান বল F।



চিত্র ৭·৩১

$\therefore$ পৃষ্ঠটান $= \dfrac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$

বা, $T = \dfrac{F}{L}$ ... ... (7.34)

পৃষ্ঠটানের একক (Unit of surface tension)

পৃষ্ঠটান একটি প্রাকৃতিক রাশি। অতএব এর একক আছে।

এম. কে. এস. ও এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে পৃষ্ঠটানের একক নিউটন/মিটার (Nm^{-1})

পৃষ্ঠটানের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of surface tension)

পৃষ্ঠটান $= \dfrac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$

$\therefore$ এর মাত্রা সমীকরণ,

$[\text{পৃষ্ঠটান}] = \dfrac{[\text{বল}]}{[\text{দৈর্ঘ্য}]} = \dfrac{[MLT^{-2}]}{[L]} = \boxed{[MT^{-2}]}$

পৃষ্ঠ শক্তির একক ও মাত্রা সমীকরণ পৃষ্ঠটানের অনুরূপ।

পৃষ্ঠটানের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of surface tension

তরলের পৃষ্ঠটানের নিম্নলিখিত দুটি উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য রয়েছে, যথা—

(ক) পৃষ্ঠটান তরল তলকে সংকুচিত করার চেষ্টা করে।

(খ) তরল তলের ক্ষেত্রফল বাড়ানোর চেষ্টা করলে পৃষ্ঠটান তা প্রতিরোধ করার চেষ্টা করে।

৭·১৬·২ তরলের পৃষ্ঠটানের ওপর প্রভাবকারী বিষয় [MAD 18-19]
Factors affecting surface tension of liquid

তরলের পৃষ্ঠটান মোটামুটিভাবে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো দ্বারা প্রভাবিত হয়।

(i) **দূষিতকরণ (Contamination) :** তরল যদি চর্বি, তেল প্রভৃতি দ্বারা দূষিত হয়, তবে তরলের পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

(ii) **দ্রবীভূত বস্তুর উপস্থিতি (Presence of dissolved substances) :** তরলে কোনো বস্তু দ্রবীভূত থাকলে তরলের পৃষ্ঠটান পরিবর্তিত হয়। তরলে অজৈব পদার্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠটান বৃদ্ধি পায়, কিন্তু জৈব পদার্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

(iii) **তাপমাত্রা (Temperature) :** তরলের পৃষ্ঠটান প্রভূতভাবে তাপমাত্রার ওপর নির্ভরশীল। সাধারণভাবে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের পৃষ্ঠটান হ্রাস পায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে তরলের পৃষ্ঠটান বৃদ্ধি পায়। শুধু গলিত তামা ও ক্যাডমিয়ামের ক্ষেত্রে ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়। তাপমাত্রা পরিবর্তনের পাল্লা কম হলে পৃষ্ঠটান T_t এবং t-এর তাপমাত্রার মধ্যকার সম্পর্ক নিম্নলিখিত সমীকরণে ব্যক্ত করা যায়।

$T_t = T_0 (1 - \alpha t)$ ... ... (7.35)

এখানে $T_t = t$°C তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান, $T_0 = 0$°C তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান এবং $\alpha =$ তরলের পৃষ্ঠটানের তাপমাত্রা গুণাঙ্ক। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের পৃষ্ঠটান কমতে থাকে এবং একটি বিশেষ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান লোপ পায়।

উল্লেখ্য, যে তাপমাত্রায় কোনো একটি তরলের পৃষ্ঠটান শূন্য হয়, তাকে সঙ্কট তাপমাত্রা (Critical temperature) বলে।

(iv) তরলের ওপরে অবস্থিত মাধ্যম (Medium above the liquid) : তরলের ওপরে অবস্থিত মাধ্যমের প্রকৃতির ওপর তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে। পানির সাথে জলীয় বাষ্পের সংস্পর্শ থাকলে পানির পৃষ্ঠটান প্রায় 70×10^{-3} Nm^{-1} হয়, আর পানির সাথে বায়ুর সংস্পর্শ থাকলে, পানির পৃষ্ঠটান প্রায় 72×10^{-3}Nm^{-1} হয়।

(v) তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোনো বস্তুর উপস্থিতি (Presence of other bodies in contact with the free surface of the liquid) : তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোনো বস্তুর সংযুক্তি হলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

(vi) তড়িতাহিতকরণ (Electrification) : তরল তড়িতাহিত হলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। কেননা তড়িতাহিত হবার ফলে তরল পৃষ্ঠে বহির্মুখী চাপ ক্রিয়া করে। এর ফলে তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় যা পৃষ্ঠটান জনিত সংকোচন প্রবণতার বিপরীতে ক্রিয়া করে। কাজেই পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

৭·১৬·৩ পৃষ্ঠটান সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা
Some necessary definitions relating surface tension

পৃষ্ঠটানের তত্ত্ব ব্যাখ্যা করার পূর্বে কয়েকটি রাশি জানা দরকার। রাশিগুলো হলো—

(ক) সংসক্তি বা সংযুক্তি বল (Cohesive force),

(খ) আসঞ্জন বল (Adhesive force) এবং

(গ) আণবিক পাল্লা (Molecular range)

(ক) সংসক্তি বা সংযুক্তি বল : আমরা জানি কোনো একটি পদার্থ বহু সংখ্যক অণুর সমষ্টি। **একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বা সংযুক্তি বল বলে।** যেমন লোহার বিভিন্ন অণুর মধ্যে যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল আছে, তার নাম সংসক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে।

(খ) আসঞ্জন বল : একটি পদার্থকে অন্য একটি পদার্থের সংস্পর্শে রেখে দিলে পদার্থ দুটির অণুগুলোর মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। **বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে এই পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।** একটি পাত্রে পানি রাখলে পাত্রের অণু ও পানির অণুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাই আসঞ্জন বল। MAT 16-17

(গ) আণবিক পাল্লা : আমরা জানি সংসক্তি বল অণু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। দূরত্ব বৃদ্ধি পেতে থাকলে বল দ্রুত হ্রাস পেতে থাকে। **দুটি অণুর মধ্যে ক্রিয়ারত সংসক্তি বল সর্বাধিক যতটুকু দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আন্তঃআণবিক পাল্লা বলে।** এই দূরত্বের মান প্রায় 10^{-9} m। কোনো একটি অণুকে কেন্দ্র করে আণবিক পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক কল্পনা করলে তাকে ওই অণুর **প্রভাব গোলক** (sphere of attraction) বলে। ওই অণুটি কেবল প্রভাব গোলকের ভিতরের অণুগুলোর দ্বারা প্রভাবিত হবে। প্রভাব গোলকের বাইরের কোনো অণু এই অণুটির উপর কোনো সংসক্তি বল প্রয়োগ করে না ধরে নেয়া হয়।

জানার বিষয় :
I. দুটি অণুর মধ্যে সংসক্তি বল 10^{-9} m দূরত্বের মধ্যে অনুভূত হয়।
II. চাপ বৃদ্ধি করলে আন্তঃআণবিক বল বৃদ্ধি পায়।
III. সংসক্তি বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

অনুধাবনমূলক কাজ : বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না অথচ আমপাতাকে ভিজায় কেন ? ব্যাখ্যা কর।

পানির অণু ও কচুপাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল বৃহত্তর মানের তাই বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভেজায় না। অন্যদিকে পানির অণু ও আম পাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানি ও অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল ক্ষুদ্রতর মানের। তাই বৃষ্টির ফোঁটা আমপাতাকে ভেজায়।

৭·১৬·৪ পৃষ্ঠশক্তি
Surface energy

আমরা জানি কোনো একটি তরল তলে একটি টান বা বল সর্বদা ক্রিয়া করে এবং এই বল তরল তলের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে। সুতরাং এ অবস্থায় তরল তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করতে হলে ওই বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এ কাজ স্থিতিশক্তি হিসেবে তরল তলে সঞ্চিত থাকবে। তরল পৃষ্ঠের এই স্থিতিশক্তিকে আপাতভাবে পৃষ্ঠশক্তি বা তল শক্তি বলে। তবে সঠিকভাবে বলা যায়—**কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ওই তলের পৃষ্ঠশক্তি বলে। একে সাধারণত E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**

কোনো মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল ΔA পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাহলে পৃষ্ঠশক্তি,

$$\boxed{E = \frac{W}{\Delta A}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.36)$$

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সংখ্যা মান একই। অর্থাৎ পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির মাত্রা একই। গাণিতিকভাবে $E = T$

পৃষ্ঠশক্তির একক ও মাত্রা সমীকরণ
Unit and dimension of surface energy

পৃষ্ঠশক্তির এম. কে. এস. বা এস. আই. একক হলো জুল/মিটার^2 (Jm^{-2})। কিন্তু Jm^{-2} হচ্ছে Nmm^{-2} বা Nm^{-1} কাজেই কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তির একক এবং পৃষ্ঠটানের একক অভিন্ন।

$$[\text{পৃষ্ঠশক্তি}] = \left[\frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্রফল}}\right] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{ক্ষেত্রফল}}\right]$$

$$= \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2}\right] = \boxed{[MT^{-2}]}$$

পৃষ্ঠশক্তির বৈশিষ্ট্য
Characteristics of surface energy

১। তরলের মুক্তপৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করতে যে কাজ করা হয় তার দ্বারা পৃষ্ঠশক্তির পরিমাপ করা হয়। এই কাজ মুক্তপৃষ্ঠে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে।

২। পরম শূন্য তাপমাত্রায় পৃষ্ঠশক্তি পৃষ্ঠটানের সমান।

৩। পরম শূন্য তাপমাত্রা ছাড়া অন্য তাপমাত্রায় তরলের মোট পৃষ্ঠশক্তি সর্বদা পৃষ্ঠটান অপেক্ষা বেশি।

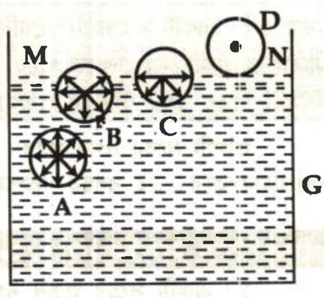
৭·১৬·৫ ল্যাপ্লাসের পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা
Explanation of surface tension by Laplace's molecular theory of surface tension

তরলের পৃষ্ঠটানকে ব্যাখ্যা করার জন্য বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন তত্ত্ব প্রদান করেন। সর্বাপেক্ষা নির্ভরযোগ্য তত্ত্ব প্রদান করেন বিজ্ঞানী **ল্যাপ্লাস**। ল্যাপ্লাস-এর নামানুসারে এই তত্ত্বকে **ল্যাপ্লাসের আণবিক তত্ত্ব** বলে। ল্যাপ্লাস আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা করেন বলে তত্ত্বের এরূপ নামকরণ হয়েছে।

মনে করি, A, B, C এবং D তরলের চারটি অণু [চিত্র ৭·৩২]। এদের মধ্যে A তরলের গভীর অভ্যন্তরে, B তরল তলের একটু নিচে, C ঠিক তরল তলে এবং D তরলের বাইরে অবস্থিত। তাদের চারদিকে প্রভাব গোলক অঙ্কন করি।

এখন প্রভাব গোলক কী জানা দরকার। দুটি অণুর মধ্যে সর্বোচ্চ যে দূরত্ব পর্যন্ত সংশক্তি বল অনুভূত হয় তাকে **আণবিক পাল্লা** বলে। আণবিক পাল্লার মান প্রায় 10^{-10} m। আণবিক পাল্লায় সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কোনো একটি অণুকে কেন্দ্র করে একটি গোলক অঙ্কন করলে ওই গোলককে **প্রভাব গোলক** বলে।

'A' অণুটির প্রভাব গোলক তরলের অভ্যন্তরে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত থাকায় তা অন্যান্য অণু দ্বারা চারদিকে সমভাবে আকৃষ্ট হবে এবং তার ওপর লব্ধি সংসক্তি বলের মান শূন্য হবে। ফলে তা যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থায় থাকবে।



চিত্র ৭·৩২

'B' অণুর প্রভাব গোলকের কিছু অংশ তরলের বাইরে থাকায় ওই গোলকের নিচের অংশের অণুর সংখ্যা ওপরের অংশের অণুর সংখ্যা অপেক্ষা অধিক হওয়ায় 'B' অণুর ওপর একটি নিম্নমুখী লব্ধি সংসক্তি বল ক্রিয়া করবে।

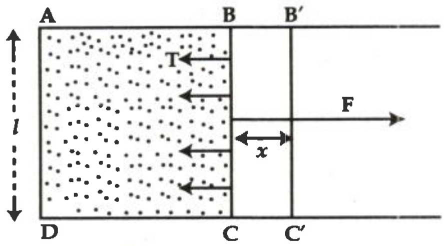
পুন 'C' অণু ঠিক তরল পৃষ্ঠের ওপরে থাকায় এর প্রভাব গোলকের অর্ধেক ভাগ তরলের ভিতরে এবং অর্ধেক ভাগ তরলের বাইরে থাকবে। অতএব এটি কেবল গোলকের নিচের অংশের অণু দ্বারা আকৃষ্ট হবে এবং এটি সম্পূর্ণভাবে একটি নিম্নমুখী সর্বাধিক লব্ধি সংসক্তি বল অনুভব করবে।

তরল তলে অবস্থিত সকল অণুর ক্ষেত্রে এই ঘটনা পরিলক্ষিত হবে। তরল তলের ঠিক ওপরের D অণুর প্রভাব গোলক সম্পূর্ণ রূপে তরলের ওপরে থাকায় তার ওপর তরলের টান "শূন্য"। ফলে অণুটি গ্যাস অণুর ন্যায় মুক্তভাবে বিচরণ করবে। অতএব MN তরল তল একটি নিম্নমুখী বল বা টান অনুভব করে এবং সঙ্কুচিত হতে প্রয়াস পায়। অর্থাৎ MN তলের ক্ষেত্রফল কমাতে চায়, যার ফলে স্থিতিশক্তি কমে। সকল বস্তুই সুস্থির বা সাম্যাবস্থায় থাকার জন্য সর্বনিম্ন স্থিতিশক্তিতে আসতে চায়। যেমন একটি রাবারের টান দেয়া পর্দা নিজ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চায়। এই সঙ্কোচনের প্রবণতা হতেই তরলের পৃষ্ঠটানের উৎপত্তি হয়। এই টান তরল তলের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। **ইহাই ল্যাপ্লাস কর্তৃক তরলের পৃষ্ঠটানের সরল আণবিক ব্যাখ্যা।**

৭.১৬.৬ পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সম্পর্ক

Relation between surface tension and surface energy

এখন তরলের পৃষ্ঠটান এবং পৃষ্ঠশক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে মনে করি ABCD একটি হাল্কা আয়তাকার ফ্রেম যার AB, AD এবং DC বাহু স্থির [চিত্র ৭.৩৩]। কেবল BC বাহু AB এবং DC বরাবর বাধাহীনভাবে চলাচল করতে পারে। তরলের একটি পর্দা এই ফ্রেমের ওপর স্থাপন করি। পৃষ্ঠটানের দরুন এই পর্দা BC বাহু ছাড়া অন্য সকল বাহু আটকানো থাকায় তারা স্থির থাকবে, কিন্তু BC বাহুটি ভিতরের দিকে যেতে চাইবে। যদি তরলের পৃষ্ঠটান T হয় এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য l হয়, তবে পৃষ্ঠটানের দরুন BC বাহুর ওপর ভিতরমুখী বল,



চিত্র ৭.৩৩

$$F = 2l \times T \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (7.37)$$

যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে, একটি ওপরের দিকে এবং অপরটি নিচের দিকে, সেহেতু BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $2l$। BC-কে স্থির রাখতে হলে তার ওপর পৃষ্ঠটানের বিপরীতমুখী সম পরিমাণের একটি বল প্রয়োগ করতে হবে।

এবার BC বাহুকে ধীরে ধীরে x দূরত্ব বাইরের দিকে সরিয়ে B′C′ অবস্থানে আনতে ওই বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এর ফলে ABCD পর্দাটির মোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $2l \times x$, যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে। এই পদ্ধতিতে কৃত কাজের পরিমাণ—

$$W = \text{বল} \times \text{সরণ} = F \times x = 2lTx$$

∴ একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ

$$= \frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি}} = \frac{W}{2lx} = \frac{2lTx}{2lx} = T$$

কিন্তু একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ = একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি। পুন একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি=পৃষ্ঠশক্তি। অতএব আমরা এই সিদ্ধান্ত করতে পারি যে, **কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান।**

যদি পৃষ্ঠশক্তিকে E এবং পৃষ্ঠটানকে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে

$$\boxed{E = T} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (7.38)$$

ক্রিয়াকর্ম : একটি তারের রিং তৈরি করে সাবান গোলা পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে কী দেখতে পাবে ? আংটার ভিতর সাবানের একটি সর দেখতে পাবে। এখন একটি সুতায় গীট দিয়ে ফাঁস তৈরি করে ওই সরের ওপর রাখ। কী দেখবে ? ফাঁসটি সরের ওপর কীভাবে অবস্থান করবে ?

ফাঁসটি সরের ওপর স্থাপন করলে ফাঁসের প্রত্যেক বিন্দুতে সরের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর অন্তর্মুখী ও বহির্মুখী সমান বল ক্রিয়া করে। এই বলদ্বয় পরস্পরকে প্রশমিত করে বলে ফাঁসটি সরের ওপর বৃত্তের আকারে অবস্থান করে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৯

১। একটি সুচের ওজন নগণ্য ধরে 28°C তাপমাত্রার পানির উপরিতল থেকে 0.05 m লম্বা একটি সূচকে অনুভূমিকভাবে সর্বাধিক 7.30×10^{-3} N বলে টেনে ওঠানো যায়। পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয় কর।

[BMA Admission Test, 2015-16 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি,

$$T = \frac{F}{2l} = \frac{7.30 \times 10^{-3}}{2 \times 0.05}$$

$$= 0.073 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,
বল, $F = 7.30 \times 10^{-3}$ N
দৈর্ঘ্য, $l = 0.05$ m

[যেহেতু সুচটির দুই পাশেই পানি আছে তাই পৃষ্ঠটানের জন্য দুই পাশেই বল প্রযুক্ত হয়, ফলে দৈর্ঘ্য $2l$ ধরা হয়েছে।]

২। 10^{-4} m ব্যাসের 1000টি পানির ফোঁটাকে একসাথে করে একটি বড়ো ফোঁটায় পরিণত করা হলো। সেই বড়ো ফোঁটাকে আবার 216টি ছোটো ফোঁটায় পরিণত করা হলো। পানির ঘনত্ব 1000 kg m^{-3}। ১ম ক্ষেত্রে বড়ো ফোঁটায় এবং ২য় ক্ষেত্রে ছোটো ফোঁটায় পরিণত করতে একই শক্তি লাগবে কি না ?

আমরা জানি,

ছোটো ফোঁটাকে বড়ো ফোঁটায় পরিণত করতে কাজ বা শক্তি,

$$W = 4\pi (Nr^2 - R^2) \times T$$
$$= 4 \times 3{\cdot}14\, [1000 \times (5 \times 10^{-5})^2 - (50 \times 10^{-5})^2\,] \times 72 \times 10^{-3}$$
$$= 4 \times 3{\cdot}14 \times 22{\cdot}5 \times 10^{-7} \times 7 \times 10^{-3}$$
$$= 2{\cdot}03 \times 10^{-6}\,J$$

এখানে,

$d = 10^{-4}$ m

$r = \frac{10^{-4}}{2}$ m $= 5 \times 10^{-5}$ m

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 1000 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$R^3 = 1000\, r^3$

$\therefore R = (1000)^{1/3}\, r$

$= 10 \times 5 \times 10^{-5}$ m

$= 5 \times 10^{-4}$ m

$T = 72 \times 10^{-3}\, Nm^{-1}$

$N = 1000$

আবার বড়ো ফোঁটাকে ছোটো ফোঁটায় পরিণত করতে শক্তি,

$$W = 4\pi (R^2 - N'r'^2) \times T$$
$$= 4 \times 3{\cdot}14[(50 \times 10^{-5})^2 - 216(8{\cdot}33 \times 10^{-5})^2\,] \times 72 \times 10^{-3}$$
$$= 4 \times 3{\cdot}14 \times (-\,12{\cdot}49 \times 10^{-7}) \times 72 \times 10^{-3}$$
$$= -\,1{\cdot}129 \times 10^{-6}\,J$$

$W \neq W'$; কাজেই একই শক্তি লাগবে না।

এখানে,

$N' = 216$

$\frac{4\pi}{3} R^3 = 216 \times \frac{4\pi}{3} r'^3$

বা, $R^3 = 216\, r'^3 = (6\, r')^3$

$\therefore r' = \frac{R}{6} = \frac{5 \times 10^{-4}}{6} = 8{\cdot}33 \times 10^{-5}$ m

৩। প্রতিটি 1 mm ব্যাসার্ধের আটটি বৃষ্টির ফোঁটা 5 cm/s প্রান্তিক বেগে পতনশীল। যদি আটটি ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড়ো ফোঁটায় পরিণত হয়, তা হলে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $= 7{\cdot}4 \times 10^{-2}\, Nm^{-1}$

[BUET Admission Test, 2016-17; BUET Admission Test, 2015-16 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি নির্গত শক্তি,

$$W = \Delta A \times T \text{ এবং } \Delta A = N4\pi r^2 - 4\pi R^2$$
$$W = 4\pi (Nr^2 - R^2) \times T$$
$$= 4\pi (Nr^2 - N^{2/3} r^2) \times T$$
$$= 4\pi r^2 (N - N^{2/3}) \times T$$
$$= 4 \times 3{\cdot}14 \times (1 \times 10^{-3})^2 \times (8 - 8^{2/3}) \times 7{\cdot}4 \times 10^{-2}\,J$$
$$= 3{\cdot}72 \times 10^{-6}\,J$$

এখানে,

$r = 1$ mm $= 1 \times 10^{-3}$ m

$v_c = 5$ cm/s $= 0{\cdot}05\, ms^{-1}$

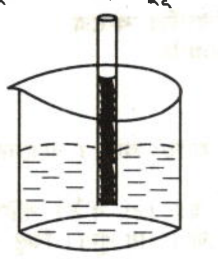
$T = 7{\cdot}4 \times 10^{-2}\, Nm^{-1}$

$N = 8$

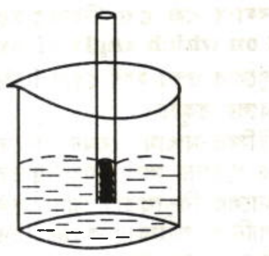
৭·১৭ কৈশিকতা
Capillarity

খুব সরু ছিদ্রবিশিষ্ট সুষম নলকে কৈশিক নল (capillary tube) বলে। কৈশিকতা বলতে কৈশিক নলে তরলের ওঠা–নামা সংক্রান্ত ঘটনা বোঝায়।

একটি পানি পূর্ণ কাচের পাত্রে একটি কৈশিক নল ডোবালে দেখা যায় যে, নলের ভেতরে পানির তল বাইরের পানি অপেক্ষা কিছুটা ওপরে ওঠে যায় এবং নলের সংস্পর্শস্থলে পানিতল বেঁকে অবতল হয়েছে [চিত্র ৭·৩৪(ক)]। যে সকল তরল কাচকে ভেজায় সেগুলোর ক্ষেত্রে অনুরূপ ঘটনা ঘটে।



চিত্র ৭·৩৪(ক) : আরোহণ



চিত্র ৭·৩৪(খ) : অবনমন

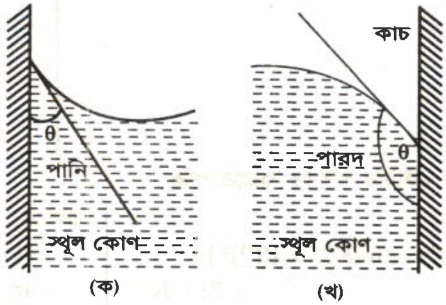
আবার যেসব তরল কাচকে ভেজায় না, যেমন পারদের ভেতরে কাচের কৈশিক নলকে ডোবালে নলের ভেতরের পারদ কিছুটা নেমে যায় এবং পারদতল বেঁকে গিয়ে উত্তল আকার ধারণ করে [চিত্র ৭·৩৪(খ)]। নল যত সরু তরলের আরোহণ বা অবনমন তত বেশি হয়।

৭·১৮ স্পর্শ কোণ

Angle of contact

তরল পদার্থ যখন কোনো কঠিন পদার্থের সংস্পর্শে আসে, তখন তাদের মধ্যে একটি কোণ উৎপন্ন হয়। একেই আপাতভাবে স্পর্শ কোণ বলে। প্রকৃতভাবে স্পর্শ কোণ কি তা-ই এখন ব্যাখ্যা করব।

ব্যাখ্যা : কোনো একটি কঠিন বস্তু খাড়াভাবে পানিতে বা অন্য কোনো তরলে আংশিকভাবে ডুবালে তাদের সংযোগ স্থানে তরল তল কিছুটা বেঁকে যায়। তরলের বিভিন্ন অণুর মধ্যে সংসক্তি বল ছাড়াও কঠিন ও তরলের অণুর



চিত্র ৭·৩৫

আসঞ্জন বল আছে। এক্ষেত্রে **একই পদার্থের বিভিন্ন অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলই সংশক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে। অন্যদিকে বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলই আসঞ্জন বল।** সংসক্তি বল তরল তলকে অনুভূমিকভাবে রাখার চেষ্টা করে। পক্ষান্তরে আসঞ্জন বল তরল তলকে ওপরে উঠাতে চেষ্টা করে। এই দুটি বলের সম্মিলিত ক্রিয়ায় তরল তল কঠিন পদার্থের গা বেয়ে ওপরে ওঠে কিংবা নিচে নেমে আসে এবং কঠিন পদার্থের দেয়ালের সাথে একটি কোণ উৎপন্ন করে। ৭·৩৫ চিত্রে স্পর্শ কোণ θ দেখানো হয়েছে।

কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে। চিত্রে θ হলো স্পর্শ কোণ।

স্পর্শ কোণ দুই প্রকার, যথা—

১। **সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ** (Acute angle of contact) এবং [DAT 17-18]

২। **স্থূল স্পর্শ কোণ** (Obtuse angle of contact)। [DAT 22-23]

স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা কম হলে সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ হবে। যেসব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা কম সে সব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায়। এসব ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে [চিত্র ৭·৩৫ (ক)]। যেমন পানির ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা কম। পানি কাচকে ভিজায়। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে। সাধারণ পানি এবং কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 8°। বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় শূন্য এবং রূপা ও পানির ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 90°।

আর স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা বড় হলে স্থূল স্পর্শ কোণ হয়। যেসব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি, সেসব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ স্থূলকোণ হবে [চিত্র ৭·৩৫ (খ)]। যেমন পারদের ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি। পারদ কাচকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ হবে। পারদ এবং কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 140°।

৭·১৮·১ স্পর্শ কোণ যে যে বিষয়ের ওপর নির্ভর করে

Factors on which angle of contact depends

নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর ওপর স্পর্শ কোণ নির্ভর করে—

(ক) কঠিন ও তরলের প্রকৃতি।

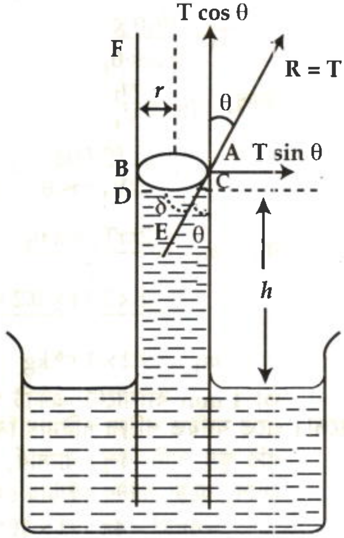
(খ) তরলের উপরিস্থিত মাধ্যম। যেমন পারদের ওপর বায়ু থাকলে কাচ ও পারদের স্পর্শ কোণ যা হবে, পারদের ওপর পানি থাকলে কাচ ও পারদের স্পর্শ কোণ ভিন্নতর হবে।

(গ) কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতা। যদি তরল বিশুদ্ধ না হয় এবং কঠিন পরিষ্কার না হয় তবে স্পর্শ কোণ পরিবর্তিত হয়। বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় শূন্য। কিন্তু কাচ সামান্য তৈলাক্ত হলে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়; এমনকি 90°-এর বেশিও হতে দেখা যায়।

স্পর্শ কোণের ওপর নির্ভর করে কৈশিক নলে পানির আরোহণের ঘটনা

কৈশিক নল হলো সরু সুষম যুগ্ম ছিদ্রবিশিষ্ট নল। নিম্নে কৈশিক নলে পানির আরোহণের ঘটনা ব্যাখ্যা করা হলো :

পরীক্ষায় দেখা যায় যে কৈশিক নল পানিতে ডুবালে পানি খানিকটা ওপরে ওঠে যায়। আবার কৈশিক নলটিকে পারদে ডুবালে নলের ভেতরে পারদ খানিকটা নিচে নেমে যায়। এর কারণ নিম্নরূপ :



চিত্র ৭·৩৬

চিত্র ৭·৩৬ হতে কাচ ও পানির ক্ষেত্রে প্রতিক্রিয়া বল T-এর খাড়া ঊর্ধ্বমুখী উপাংশ = T cos θ। স্পর্শ কোণ θ সূক্ষ্মকোণ ($0 < \theta < 90°$) হওয়ায় T cos θ-এর মান ধনাত্মক। এ ছাড়া অনুভূমিক উপাংশ T sin θ নলের দুই প্রান্তে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল হওয়ায় পরস্পরের ক্রিয়া নাকচ করে দেয়। ঊর্ধ্বমুখী বল T cos θ এর ক্রিয়ায় পানি কৈশিক নলের ভেতর দিয়ে ওপরে ওঠে।

কৈশিক নল পদ্ধতিতে পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয়ের মূল তত্ত্ব হলো,

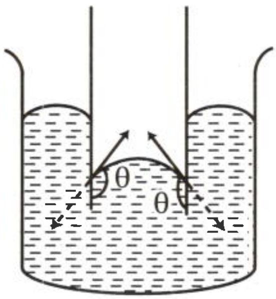
$$T = \frac{r\rho g\left(h + \frac{r}{3}\right)}{2\cos\theta} \quad \dots \quad \dots \quad (7.39)$$

এখানে, r = নলের ব্যাসার্ধ, ρ = পানির ঘনত্ব, h = নলের মধ্যে পানি স্তরের উচ্চতা, θ = স্পর্শ কোণ।

কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ ক্ষুদ্র বলে $r << h$ হয়,

$$T = \frac{hr\rho g}{2\cos\theta} \quad \dots \quad \dots \quad (7.40)$$

কাচ ও পানির ক্ষেত্রে $\theta = 0°$ ধরা হয়। ফলে $T = \frac{hr\rho g}{2}$ ... ... [7.41]



চিত্র ৭·৩৭

চিত্র ৭·৩৭-এ কৈশিক নল পারদে ডুবানো দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ ($90° < \theta < 180°$)। পৃষ্ঠটান ও প্রতিক্রিয়া বলের অভিমুখ থেকে দেখা যায়, যে প্রতিক্রিয়া বলের খাড়া ঊর্ধ্বমুখী কোনো উপাংশ নেই। খাড়া নিম্নমুখী উপাংশ রয়েছে। এই নিম্নমুখী বলের ক্রিয়ায় কাচনলে পারদ নিচের দিকে খানিকটা নেমে যায়। পারদ নিচে নামার কারণ নিম্নোক্তভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়।

যেহেতু θ স্থূলকোণ, সুতরাং cos θ ঋণাত্মক। এখন পৃষ্ঠটানের সমীকরণ (7.39) হতে দেখা যায় যে, cos θ ঋণাত্মক হলে সমীকরণের ডানপক্ষ ঋণাত্মক হয়; কিন্তু বামপক্ষের পৃষ্ঠ টান T ধনাত্মক। তাই cos θ ঋণাত্মক হলে h ঋণাত্মক হয়। এর অর্থ হলো পারদ কাচনলের মধ্যে নিচে নেমে যায়।

নিজে কর : দুটি বাটির একটিতে পানি এবং অপরটিতে পারদ নাও। এবার হাতে একটি কৈশিক নল নিয়ে প্রথমে পারদে প্রবেশ করাও পরে পানিতে প্রবেশ করাও। কৈশিক নলে পানি ওপরে ওঠে কিন্তু পারদ নিচে নামে কেন ?

কৈশিক নল সাধারণত কাচ জাতীয় পদার্থ দ্বারা তৈরি হয়। কাচ ও পানির মধ্যকার আসঞ্জন বল পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা বৃহত্তর। অপরপক্ষে, কাচ ও পারদের আসঞ্জন বল পারদের অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। তাই কৈশিক নলে পানির আরোহণ ঘটে কিন্তু পারদের অবরোহণ ঘটে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১০

১। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0·2 mm। একে 72×10^{-3} Nm^{-1} পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবালে নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?
[SUST-B : Admission Test, 2016-17]

আমরা জানি পৃষ্ঠটান, $T = \frac{hr\rho g}{2}$

বা, $h = \frac{2T}{r\rho g} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{10^{-4} \times 10^3 \times 9.8}$

$= 0.1469$ m

এখানে,

$r = \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ mm} = 10^{-4}$ m

$T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

$\rho = 10^3$ kgm^{-3}

$g = 9.8$ ms^{-2}

২। 0·2 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে প্রথম ও দ্বিতীয় তরলে ডুবালে 4° ও 140° স্পর্শ কোণ তৈরি করে। প্রথম ও দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে 72×10^{-3} Nm^{-1} এবং 465×10^{-3} Nm^{-1}। কৈশিক নলে যে পরিমাণ প্রথম তরল ওপরে ওঠে তা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০১৬]

আমরা জানি প্রথম তরলের পৃষ্ঠটান,

$$T_1 = \frac{rh_1\rho_1 g}{2\cos\theta_1}$$

ঘনত্ব, $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{rh_1m_1g}{2V_1\cos\theta_1} = \frac{rh_1m_1g}{2\pi r^2h_1\cos\theta_1} \quad [\because V_1 = \pi r^2 h]$$

বা, $m_1 = \frac{2\pi rT_1\cos\theta_1}{g}$

$$= \frac{2 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}2 \times 10^{-3} \times 72 \times 10^{-3}\cos 4^\circ}{9{\cdot}8}$$

$\therefore \quad m_1 = 9{\cdot}2 \times 10^{-6}$ kg

এখানে,

$r = 0{\cdot}2$ mm $= 0{\cdot}2 \times 10^{-3}$ m

$T_1 = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

$T_2 = 465 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

$\theta_1 = 4^\circ$, $\theta_2 = 140^\circ$

$g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}

নলে প্রথম তরলের ভর, $m_1 = ?$

৩। 1 mm ব্যাসার্ধের একটি পানির ফোঁটাকে স্প্রে করে সমান আকারের দশ লক্ষ পানির বিন্দুতে ভাগ করা হলো। এতে ব্যয়িত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। (পানির পৃষ্ঠটান $= 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1})

ধরি ক্ষুদ্র পানি বিন্দুর ব্যাসার্ধ, r

এখন, বড়ো পানির ফোঁটার ক্ষেত্রফল

$= 4\pi R^2 = 4\pi \times (1 \times 10^{-3})^2$ m^2

$= 4\pi \times 10^{-6}$ m^2

এখানে,

$R = 1$ mm $= 1 \times 10^{-3}$ m

$n = 1 \times 10^6$

$T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

এবং আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times (1 \times 10^{-3})^3$ m^3

ক্ষুদ্র প্রতিটি পানি বিন্দুর আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ 1×10^6 সংখ্যক ফোঁটার আয়তন $= 1 \times 10^6 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

প্রশ্নানুসারে,

$$1 \times 10^6 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times (1 \times 10^{-3})^3$$

$$\therefore \quad r^3 = \frac{1 \times 10^{-9}}{1 \times 10^6} = 1 \times 10^{-15}$$

$\therefore \quad r = 1 \times 10^{-5}$ m

10 লক্ষ ফোঁটার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2 \times 10^6 = 4\pi \times (1 \times 10^{-5})^2 \times 10^6$

$= 4\pi \times 10^{-10} \times 10^6 = 4\pi \times 10^{-4}$ m^2

সুতরাং পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি,

$\Delta A = 4\pi \times 10^{-4} - 4\pi \times 10^{-6} = 4\pi \times 10^{-6}(100 - 1)$

$= 4 \times 3{\cdot}14 \times 10^{-6} \times 99 = 1243{\cdot}4 \times 10^{-6}$

$= 12{\cdot}43 \times 10^{-4}$ m^2

আমরা জানি ব্যয়িত শক্তি,

$W = \Delta AT = 12{\cdot}43 \times 10^{-4} \times 72 \times 10^{-3}$

$= 8{\cdot}95 \times 10^{-5}$ J

৭·১৯ পৃষ্ঠটানের ব্যবহার
Uses of surface tension

দৈনন্দিন জীবনের কতগুলো বাস্তব ঘটনা যা পৃষ্ঠটান দ্বারা প্রভাবিত হয়। তরলের পৃষ্ঠটানের সাহায্যে এসব ঘটনা ব্যাখ্যা করা যায়।

১. পানির তলে পোকামাকড়ের চলাচল :

আমরা পানির উপরিতলে পোকামাকড় চলাফেরা করতে দেখি। এই পোকামাকড় পানির মধ্যে ডুবে না কেন ? এর কারণ কিন্তু পৃষ্ঠটান। আমরা জানি পৃষ্ঠটান নানা কারণে প্রভাবিত হয়—এর মধ্যে অন্যতম একটি কারণ হলো

পৃষ্ঠটানজনিত পানির উর্ধ্বমুখী বল। পোকামাকড় যখন পানির ওপর দিয়ে চলাচল করে তখন এর ওজন (W) নিচের দিকে ক্রিয়াশীল হয়, অপরদিকে পোকামাকড়ের ওপর পৃষ্ঠটানজনিত উর্ধ্বমুখী বল (F) ওপরের দিকে ক্রিয়াশীল হয়। পৃষ্ঠটানের দরুন পানির উপরিতল নিচের দিকে বেঁকে যায়। এই উর্ধ্বমুখী বল (F) এবং ওজনের (W) মান সমান হওয়ার কারণেই পোকামাকড় পানির ওপরে ভেসে থেকে চলাচল করতে পারে।

খ. সাবানের ফেনা : ফাঁপা একটি কাঁচনলের একপ্রান্ত সাবান পানিতে ডুবিয়ে ফুঁ দিলে সাবানের গোলাকার বুদ্‌বুদ্ সৃষ্টি হয়। অথবা কাপড় কাচার সময় কাপড়ে সাবান পানি লেগে থাকলে সেখানেও সাবানের বুদ্‌বুদ্ সৃষ্টি হতে দেখা যায়। এক্ষেত্রে সাবান পানির পাতলা ও গোলাকার পর্দা দ্বারা আবদ্ধ কিছু পরিমাণ বায়ু থেকে সাবানের বুদবুদ ওঠে। এই সাবান বুদবুদের দুটি পৃষ্ঠ থাকে, একটি ভেতরের পৃষ্ঠ, অপরটি বাইরের পৃষ্ঠ। ভেতরের চাপ বাইরের চাপ অপেক্ষা বেশি বলে বুদ্‌বুদ্ প্রসারিত হতে চায়। কিন্তু পর্দার পৃষ্ঠটান একে সংকুচিত করতে চায়। বুদ্‌বুদের সাম্যাবস্থায় এই দুটি বিপরীতমুখী বলের মান সমান হয়। পৃষ্ঠটান অপেক্ষা ভেতরের চাপ বেশি হলে তা ফেটে যাবে।

গ. গাছে পানির পরিবহণ : গাছে পানির পরিবহণ ব্যাখ্যা করার আগে আমরা কৈশিক নল ও কৈশিকতা কী তা বোঝার চেষ্টা করব। কৈশিক নল হলো সুষম, সূক্ষ্ম ছিদ্রবিশিষ্ট সরু নল। আর কৈশিকতা বলতে এই নলের মধ্যে তরলের উর্ধ্বারোহণ বা অবনমনকে বোঝায়। গাছের মূল থেকে শুরু করে কাণ্ড ও শাখা প্রশাখাতে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে। এসব ছিদ্র কৈশিক নল হিসেবে ক্রিয়া করে। ফলে মাটি থেকে পানি বা জলীয় অংশ এই সরু ছিদ্র পথে কৈশিকতার কারণে মূল থেকে কাণ্ড ও গাছের অন্যান্য অংশে পানির পরিবহণ হয় বা পানি ছড়িয়ে পড়ে।

ঘ. তরলের পৃষ্ঠে সুচের অবস্থান : পানির উপরিতলে একটি পাতলা কাগজ রেখে তার ওপর গ্রিজ মাখানো একটি সুচ স্থাপন করলে দেখা যাবে যে, কাগজ পানিতে ডুবে গেছে, কিন্তু সুচ পানিতে ভাসছে, তবে পানির উপরিতল নিচের দিকে কিছু বেঁকে গেছে। তরলে পৃষ্ঠটান (T) এর দরুন সুচের ওপর মোট উর্ধ্বমুখী বল (F) সুচের ওজনের (W) সমান হয় অর্থাৎ $F = W$ হয় এই কারণে সুচকে পানিতে ভাসতে দেখা যায়।

ঙ. ছাতার কাপড় বা তাবুর কাপড়ের মধ্য দিয়ে পানি প্রবেশ করতে না পারা : ছাতার কাপড় বা তাবুর কাপড়ের যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে তার মধ্য দিয়ে বায়ু সহজে চলাচল করতে পারলেও বৃষ্টির পানি সহজে প্রবেশ করতে পারে না। এর কারণ হলো বৃষ্টির পানি পৃষ্ঠটানের জন্য ছোট ছোট গোলাকার বিন্দুর আকার ধারণ করে এবং কাপড়ের ওপর দিয়ে গড়িয়ে পড়ে যায়।

হাতে কলমে কর : একটি সরু কাচনল নাও। এরপর কাচনলটিকে একটি বার্নারের ওপর ধর। নলের প্রান্ত গলে যাবে এবং প্রান্ত গলে গিয়ে গোলাকার আকার ধারণ করে কেন ?

সরু কাচ নলের প্রান্তে তাপ দিলে প্রান্তটি গোলাকার হয়ে যায়। কাচ নলের প্রান্তকে যখন উত্তপ্ত করা হয় ওই প্রান্তের কাচ তখন গলে যায়। গলে যাওয়া কাচ তরলের মতো আচরণ করে এবং পৃষ্ঠটানের কারণে ন্যূনতম পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল অর্জন করতে চায়। ফলে নলের প্রান্ত গোলাকার হয়ে যায়।

প্রয়োজনীয় গাণিতিক সূত্রাবলি

সাম্যাবস্থানের শর্ত, $r = r_0$ ... ... (1)

দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \dfrac{l}{L}$ ... ... (2)

কৃন্তন বিকৃতি $= \theta = \dfrac{d}{D}$ ... ... (3)

আয়তন বিকৃতি $= \dfrac{v}{V}$ ... ... (4)

পীড়ন $= \dfrac{F}{A}$ ... ... (5)

অসহ পড়ীন = $\dfrac{\text{অসহ ভার}}{\text{তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$ ... ... (6)

হুকের সূত্র = $\dfrac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক ... ... (7)

$Y = \dfrac{F/A}{l/L} = \dfrac{FL}{Al} = \dfrac{mgL}{\pi r^2 l}$ ... ... (8)

$K = \dfrac{F/A}{v/V} = \dfrac{FV}{Av} = \dfrac{P}{v/V}$ ... ... (9)

$\eta = \frac{F/A}{\theta} = \frac{F}{A\theta}$ ... ... (10)

সংনম্যতা, $C = \frac{1}{K}$ ... ... (11)

$\sigma = -\frac{\Delta d/D}{\Delta l/L}$ বা, $\sigma = -\frac{L\Delta r}{r\Delta L}$ ... ... (12)

একক আয়তনে বিভব শক্তি, $W = \frac{1}{2} \times$ দৈর্ঘ্য পীড়ন $\times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি ... ... (13)

স্প্রিং স্থিতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}Kx^2$ ... ... (14)

স্প্রিং-এর শ্রেণি সমবায়, $\frac{1}{K} = \Sigma_i \frac{1}{K_i}$ ... ... (15)

স্প্রিং–এর সমান্তরাল সমবায়, $K = \Sigma K_i$ ... ... (16)

$W = \frac{1}{2}$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি $= \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L}$ ... ... (17)

$T = \frac{F}{l}$, সূচ বা তারের ক্ষেত্রে $T = \frac{F}{2l}$ ... ... (18)

$E = T$ ... ... (19)

$F = \eta A \frac{dv}{dx}$ ... ... (20)

$\eta = \left(\frac{F}{A}\right) / \left(\frac{dv}{dx}\right)$ ... ... (21)

$\eta = K\sqrt{T}$ ... ... (22)

$v = \frac{2}{9} \times \frac{r^2(\rho - \sigma)g}{\eta}$ ... ... (23)

$F = 6\pi\eta rv$ ... ... (24)

বিশ্লেষণাত্মক ও মূল্যায়নধর্মী গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 2m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm² এবং অসহ পীড়ন $4{\cdot}76 \times 10^7$ Nm^{-2}। তারটির এক প্রান্তে 2 kg ভর ঝুলালে তারের দৈর্ঘ্য 2×10^{-4} m বৃদ্ধি পায়। এই ভরসহ তারটিকে এর আদি দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে 4 rads^{-1} বেগে ঘুরাতে গেলে তারটি ছিঁড়ে যায়।

(ক) তারটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) তারটি কেন ছিঁড়ে গেলো তা উদ্দীপক অনুসারে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [চ. বো. ২০২২]

(ক) আমরা জানি,

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}}$$

বা, $$Y = \frac{mgL}{Al} = \frac{2 \times 9{\cdot}81 \times 2}{1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{4 \times 9{\cdot}81}{2} \times 10^{10} = 19{\cdot}62 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$$

এখানে,
$L = 2\text{m}$
$A = 1\ \text{mm}^2 = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$
$m = 2\ \text{kg}$
$l = 2 \times 10^{-4}\ \text{m}$

(খ) আবার, অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$

∴ অসহ ভার = অসহ পীড়ন × তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$= 4{\cdot}76 \times 10^7 \times 1 \times 10^{-6}$

$= 47{\cdot}6$ N

এখানে,
$A = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$
অসহ পীড়ন $= 4{\cdot}76 \times 10^7\ \text{Nm}^{-2}$

এখানে কেন্দ্রমুখী বল,

$F_c = m\omega^2 r$

$\therefore F_c = 2 \times (4)^2 \times 2$

$= 64$ N

$\omega = 4$ rads^{-1}
$r = 2$ m
$m = 2$ kg

যেহেতু তারটির ওপর ক্রিয়াশীল বল বা কেন্দ্রমুখী বল অসহ ভার অপেক্ষা বেশি; সুতরাং ওই তারটি ছিঁড়ে গিয়েছিল।

২। দুইটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুইটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিনগুণ হয়। প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত 0·5।

(ক) যখন প্রথম তারের 10% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে তখন তারের ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পায় ?

(খ) উদ্দীপকের তার দুইটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত ব্যক্ত কর। [য. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন), ২০২২ (মান ভিন্ন); সি. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); ২০১৫; চ. বো. ২০১৭ (মান ভিন্ন); BUET Admission Test, 2018-19 (মান ভিন্ন)]

(ক) আমরা জানি পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{Dl}$$

বা, $d = \frac{\sigma D l}{L}$

প্রথম তারের ক্ষেত্রে,

$$d_1 = \frac{\sigma_1 D_1 l_1}{L} = \frac{0·5 \times 2 \times 10^{-3} \times 0·1\ L}{L}$$

$= 1 \times 10^{-4}$ m

$\therefore$ ব্যাসার্ধ হ্রাস $= \frac{d_1}{2} = 0·5 \times 10^{-4}$ m

এখানে,
$L_1 = L_2 = L$
$D_1 = 2\text{ mm} = 2 \times 10^{-3}$ m
$D_2 = 5\text{ mm} = 5 \times 10^{-3}$ m
$l_1 = 3\ l_2$
$l_1 = 10\%\ L = 0·1L$
$d_1 = ?$
$\sigma_1 = 0·5$

(খ) আবার ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{F/A}{l/L}$

$\therefore$ ১ম তারের ক্ষেত্রে, $Y_1 = \frac{F_1/A_1}{l_1/L_1} = \frac{F_1 \times L_1}{A_1 l_1} = \frac{FL}{A_1 l_1}$

এবং ২য় তারের জন্য, $Y_2 = \frac{F_2/A_2}{l_2/L_2} = \frac{F_2 \times L_2}{A_2 l_2} = \frac{FL}{A_2 l_2}$

$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{FL/A_1 l_1}{FL/A_2 l_2} = \frac{A_2 l_2}{A_1 l_1} = \frac{\pi r_2^2 \times l_2}{\pi r_1^2 \times 3l_2}$$

বা, $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(2·5 \times 10^{-3})^2}{(1 \times 10^{-3})^2 \times 3} = 2·08$

এখানে,
$L_1 = L_2 = L$
$F_1 = F_2 = F$
$l_1 = 3l_2$
$r_1 = \frac{2 \times 10^{-3}}{2}\text{ m} = 1 \times 10^{-3}$ m
$r_2 = \frac{5 \times 10^{-3}}{2}\text{ m} = 2·5 \times 10^{-3}$ m

অর্থাৎ, $Y_1 > Y_2$

সুতরাং প্রথম তার দ্বিতীয় তার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক।

৩। আজহার 0·3m লম্বা এবং 10^{-6} m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারের এক প্রান্তে 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। তারটির উপাদানের অসহ পীড়ন $4·8 \times 10^7$ Nm^{-2}।

(ক) তারটির অসহ বল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের তারটি সর্বনিম্ন কত বেগে ঘুরালে ছিঁড়ে যাবে? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২০২২]

(ক) আমরা জানি, অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহ ভার বা বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$

বা, অসহ বল = অসহ পীড়ন × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$= 4·8 \times 10^7 \times 10^{-6}$

$= 48$ N

এখানে,
$l = 0·3$ m
$A = 10^{-6}$ m^2
$m = 10$ kg
অসহ পীড়ন, $\frac{F}{A} = 4·8 \times 10^7$ Nm^{-2}

(খ) আবার অসহ বল, $F_c = m\omega^2 r$

বা, $\omega^2 = \frac{F}{mr} = \frac{48}{10 \times (0.3)^2} = \frac{98}{0.9}$

$= 53.33$

$\therefore \omega = 7.3 \text{ rads}^{-1}$

এখানে,

$r = 0.3 \text{ m}$

$m = 10 \text{ kg}$

$F_c = 48 \text{ N}$

সুতরাং, 7.3 rads^{-1} অপেক্ষা বেশি কৌণিক বেগে ঘুরালে তারটি ছিঁড়ে যাবে।

৪। দৃঢ় অবস্থান হতে 1m দৈর্ঘ্যের একই উপাদানের দুটি তারের প্রত্যেকটির মুক্ত প্রান্তে 0.05 kg ভর ঝুলানো হলো। তারগুলোর ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 4 mm (ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$)

(ক) প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) ভরসহ প্রত্যেকটি ঝুলানো তার সরল দোলকের ন্যায় আচরণ করলে কোনটি ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); অভিন্ন বোর্ড ২০১৮]

(ক) আমরা জানি একক আয়তনে স্থিতিশক্তি,

$u = \frac{1}{2} \times$ দৈর্ঘ্য পীড়ন $\times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি

$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L} \quad \ldots \quad \text{(i)}$

আবার,

$Y = \frac{F/A}{l/L}$

বা, $\frac{l}{L} = \frac{F}{AY}$

$\therefore u = \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{F}{AY} = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{A}\right)^2 \frac{1}{Y}$

এখানে,

$L = 1\text{m}$

$d_1 = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}, \therefore r_1 = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$

$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{4\text{mm}}{2} = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

$m = 0.05 \text{ kg}$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

অতএব প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিশক্তি,

$$u_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{A_1}\right)^2 \times \frac{1}{Y} = \frac{1}{2}\left(\frac{0.05 \times 9.8}{3.14 \times (1 \times 10^{-3})^2}\right)^2 \times \frac{1}{2 \times 10^{11}} = 0.122 \text{ J}$$

(খ) আবার দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

প্রথম ও দ্বিতীয় তারের দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_1 ও T_2 হলে আমরা পাই,

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$

$\therefore \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{4\pi^2 \times L_1/g}{4\pi^2 \times L_2/g} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{L + l_1}{L + l_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$

আবার,

$Y = \frac{FL}{Al}$; প্রথম তারের ক্ষেত্রে, $Y = \frac{FL}{A_1 l_1}$

এবং দ্বিতীয় তারের ক্ষেত্রে, $Y = \frac{FL}{A_2 l_2}$

$\therefore \frac{FL}{A_1 l_1} = \frac{FL}{A_2 l_2}$ বা, $A_1 l_1 = A_2 l_2$

বা, $\pi r_1^2 \times l_1 = \pi r_2^2 \times l_2$

বা, $r_1^2 l_1 = r_2^2 l_2$ বা, $\frac{l_1}{l_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{(1 \times 10^{-3})^2} = 4$

$\therefore l_1 = 4l_2$

সমীকরণ (ii)-এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{L + 4l_2}{L + l_2}$

$\therefore T_1 > T_2$

সুতরাং, প্রথম দোলক ২য় দোলক অপেক্ষা ধীরে চলবে।

৫। একটি পরীক্ষাগারে দুইটি কক্ষ। কক্ষ দুইটিতে দুইটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C। দ্বিতীয় তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1 m, ব্যাস 5 mm। 3 kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য হলো 1 cm এবং ব্যাস 0·01 mm। আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3 m ব্যাস 15 mm। সমভার দেওয়ায় দৈর্ঘ্য হলো 3 cm এবং ব্যাস 0·03 mm।

(ক) প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর।

(খ) তার দুটির কোনটির অসহ ভার বেশি বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর। [দি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = -\frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L}$$

∴ প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma_1 = -\frac{L_1}{r_1}\frac{\Delta r_1}{\Delta L_1}$$

এবং দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাত.

$$\sigma_2 = \frac{-L_2}{r_2}\frac{\Delta r_2}{\Delta L_2}$$

$$\therefore \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{-L_1}{r_1}\frac{\Delta r_1}{\Delta L_1}}{\frac{-L_2}{r_2}\times\frac{\Delta r_2}{\Delta L_2}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)\times\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\times\left(\frac{\Delta r_1}{\Delta r_2}\right)\times\left(\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{7·5\times10^{-3}}{2·5\times10^{-3}}\right)\times\left(\frac{5\times10^{-6}}{15\times10^{-6}}\right)\times\left(\frac{3\times10^{-2}}{1\times10^{-2}}\right)$$

$$= \frac{7·5\times5\times3\times10^{-3}\times10^{-6}\times10^{-2}}{3\times2·5\times15\times1\times10^{-3}\times10^{-6}\times10^{-2}}$$

$$= \frac{7·5\times5\times3}{3\times2·5\times15\times1} = 1$$

এখানে,

$L_1 = 1\text{m}$

$L_2 = 3\text{m}$

$d_1 = 5\text{mm}$

$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{5}{2}\text{mm}$

$= 2·5\text{ mm} = 2·5\times10^{-3}\text{ m}$

$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{15\text{mm}}{2}$

$= 7·5\text{ mm} = 7·5\times10^{-3}\text{ m}$

$\Delta l_1 = 1\text{ cm} = 1\times10^{-2}\text{ m}$

$\Delta l_2 = 3\text{ cm} = 3\times10^{-2}\text{ m}$

$\Delta d_1 = 0·01\text{ mm} = 1\times10^{-5}\text{ m}$

$\Delta r_1 = \frac{1}{2}\times10^{-5}\text{ m} = 5\times10^{-6}\text{ m}$

$\Delta d_2 = 0·03\text{ mm} = 3\times10^{-5}\text{ m}$

$\Delta r_2 = \frac{3}{2}\times10^{-5} = 1·5\times10^{-5}\text{ m}$

$= 15\times10^{-6}\text{ m}$

অর্থাৎ উভয় তারের পয়সনের অনুপাত একই।

(খ) আমরা জানি,

অসহ ভার = অসহ পীড়ন × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

কোনো পদার্থের অসহ পীড়ন নির্দিষ্ট। সুতরাং অসহ ভার ∝ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

এখন যেহেতু প্রথম তারের প্রস্থচ্ছেদ, $A_1 = \pi r_1^2$

এবং ২য় তারের প্রস্থচ্ছেদ $A_2 = \pi r_2^2$

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{2·5\times10^{-3}}{7·5\times10^{-3}}\right)^2 = \frac{6·25}{56·25} = 0·111$$

∴ $A_1 = 0·111\times A_2$ অর্থাৎ $A_2 > A_1$

অতএব, প্রথম তারের অসহ ভার দ্বিতীয় তারের অসহ ভার অপেক্ষা কম।

৬। একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড়ো ফোঁটায় পরিণত হলো। প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-7} m। পানির পৃষ্ঠটান $72\times10^{-3}\text{ Nm}^{-1}$।

(ক) উদ্দীপকের বড়ো ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

বড়ো ফোঁটার আয়তন = N সংখ্যক ছোটো ফোঁটার আয়তন

$$\frac{4\pi}{3}R^3 = N\times\frac{4}{3}\pi r^3$$

বা, $\frac{1}{6}\pi D^3 = N\times\frac{1}{6}\times\pi d^3$

বা, $D^3 = Nd^3 = 10\,d^3$

বা, $D^3 = 10\,(5\times10^{-7})^3$

∴ $D = 10·77\times10^{-7}$ m

এখানে,

ফোঁটার সংখ্যা, N = 10

ছোটো ফোঁটার ব্যাস, $d = 5\times10^{-7}$ m

বড়ো ফোঁটার ব্যাস, D = ?

(খ) দেওয়া আছে ছোটো ফোঁটার ব্যাসার্ধ,

$$r = \frac{5 \times 10^{-7}}{2} \text{ m} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

ছোটো ফোঁটার সংখ্যা, N = 10

পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$

বড়ো ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{10.77 \times 10^{-7}}{2} = 5.385 \times 10^{-7} \text{ m}$

ছোটো ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে বড়ো ফোঁটা গঠনে কৃত কাজ তথা উৎপন্ন তাপ H হলে,

$$\begin{aligned} H &= 4\pi (Nr^2 - R^2) \times T \\ &= 4 \times 3.14 \times [10(2.5 \times 10^{-7})^2 - (5.385 \times 10^{-7})^2] \times 72 \times 10^{-3} \\ &= 3.03 \times 10^{-13} \text{ J} \end{aligned}$$

এখন পানির ভর, $m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\begin{aligned} &= 1000 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5.385 \times 10^{-7})^3 \\ &= 6.54 \times 10^{-16} \text{ kg} \end{aligned}$$

আবার তাপমাত্রার পরিবর্তন $\Delta\theta$ হলে,

$$H = ms\Delta\theta$$

or, $\Delta\theta = \frac{H}{ms} = \frac{3.03 \times 10^{-13}}{6.54 \times 10^{-16} \times 4200}$

$$= 0.11 \text{K} = 0.11^\circ\text{C}$$

উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রা 0.11K বা 0.11°C বৃদ্ধি পাবে।

৭। ইতি তার পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে 100 cm লম্বা ও 4 mm² প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের নিচ প্রান্তে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তনের পাঠ নিল এবং তার বান্ধবী বিথীকে বলল যে তার পরীক্ষায় দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে 5% ও 6% পাওয়া গেছে। এটা শুনে বিথী বলল, হতে পারে না। তোমার উপাত্ত সংগ্রহে ভুল হয়েছে। (তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$)

(ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটির দৈর্ঘ্য 10 mm বৃদ্ধি করতে কত ভর চাপাতে হবে ?

(খ) বিথীর উক্তির যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [রা. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$F = \frac{YAl}{L}$$

বা, $mg = \frac{YAl}{L}$

বা, $m = \frac{YAl}{Lg}$

$\therefore m = \frac{2 \times 10^{11} \times 4 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-3}}{1 \times 9.8}$

$= 816.32$ kg

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, L = 100 cm = 1 m

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$A = 4 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$

$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

প্রযুক্ত ভর, $m = ?$

(খ) তারটির দৈর্ঘ্য ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে L ও r হলে,

দৈর্ঘ্য পরিবর্তন, $\Delta L = L \times 5\% = 0.05 L$

পার্শ্ব পরিবর্তন, $\Delta r = r \times 6\% = 0.06 r$

পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\Delta r}{\Delta L} \times \frac{L}{r} = \frac{0.06\, r \times L}{0.05\, L \times r} = 1.2$$

দৈর্ঘ্য ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে 5% ও 6%; তাই পয়সনের অনুপাত ± 1.2

কোনো বস্তুর পয়সনের অনুপাতের মান -1 হতে 0.5-এর মধ্যে হয়। অর্থাৎ $-1 < \sigma < 0.5$। অতএব বিথীর উক্তিটি যথার্থ।

৮। রতন 0.1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.50 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে এবং ধারণা করল ঘূর্ণন সংখ্যা 600 rpm। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6} m^2 এবং অসহ পীড়ন 4.8×10^7 Nm^{-2}। তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}।

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত তারটিকে বস্তু সমেত ঝুলিয়ে দেওয়া হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর।

(খ) রতনের ঘূর্ণন সংখ্যার ধারণার সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[ম. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); কু. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

বা, $$l = \frac{FL}{YA} = \frac{mgL}{YA}$$

$$\therefore \quad l = \frac{0.1 \times 9.8 \times 0.50}{2 \times 10^{11} \times 10^{-6}} = 2.45 \times 10^{-6} \text{ m}$$

সুতরাং, তারের দৈর্ঘ্য 2.45×10^{-6} m বৃদ্ধি পাবে।

এখানে,
তারটির দৈর্ঘ্য, $L = 0.50$ m
বস্তুর ভর, $m = 0.1$ kg
তারের উপদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক,
$Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}
তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A = 10^{-6}$ m^2
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}

(খ) এখানে তারের অসহ পীড়ন $= 4.8 \times 10^7$ Nm^{-2}
এবং তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= 10^{-6}$ m^2

$\therefore$ তারের অসহ বল = অসহ পীড়ন $\times$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল
$= 4.8 \times 10^7 \times 10^{-6}$
$= 48$ N

অর্থাৎ তারটিতে 48 N বা এর বেশি বল প্রয়োগ করলে তারটি ছিঁড়ে যাবে।

এখন, তারের সাথে ভর বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরানোর সময় তারের ওপর প্রযুক্ত বল,

$$F = m\omega^2 r$$
$$= 0.1 \times (20\pi \text{ rads}^{-1})^2 \times 0.50$$
$$= 197.2 \text{ N}$$

এখানে,
ভর, $m = 0.1$ kg
ব্যাসার্ধ, $r = 0.50$ m
কৌণিক বেগ, $\omega = 600$ rpm
$= \frac{600 \times 2\pi}{60}$ rad s^{-1}
$= 20\pi$ rads^{-1}

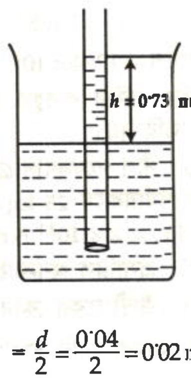
সুতরাং, তারের ওপর ক্রিয়াশীল বল তারের অসহ বলের চেয়ে অনেক বেশি, তাই 600 rpm-এ ঘুরানোর আগেই তারটি ছিঁড়ে যাবে। অর্থাৎ তারটিকে 600 rpm-এ ঘুরানো সম্ভব নয়।

সুতরাং, রতনের ধারণা সঠিক নয়।

৯। চিত্রে পানিপূর্ণ বীকারে ডুবানো কৈশিক নলের ব্যাস 0.04 mm।

(ক) উদ্দীপকের আলোকে পানির তলটান নির্ণয় কর।

(খ) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কী পরিবর্তনে পানির উচ্চতা 0.80 m হবে নির্ণয়পূর্বক কারণ বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২০১৬]



(ক) আমরা জানি তলটান,

$$T = \frac{rh\rho g}{2}$$
$$= \frac{0.02 \times 10^{-3} \times 0.73 \times 1000 \times 9.8}{2}$$
$$= 0.0715 \text{ Nm}^{-1}$$
$$= 71.5 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,
নলের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{0.04}{2} = 0.02$ mm
$= 0.02 \times 10^{-3}$ m
তরল স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 0.73$ m
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
পানির তলটান, $T = ?$

(খ) মনে করি নলের ব্যাসার্ধ r_2 হলে পানির উচ্চতা 0·80 m হবে।

এখন, $r_2 = \frac{2T}{h_2\rho g} = \frac{2 \times 71.5 \times 10^{-3}}{0.8 \times 1000 \times 9.8}$

$= 1.824 \times 10^{-5}$ m $\simeq 0.018$ mm

∴ কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের পরিবর্তন, $\Delta r = 0.02\text{ mm} - 0.018\text{ mm} = 0.002\text{ mm}$

অর্থাৎ, কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0·002 mm কমাতে হবে।

১০। রাফি পরীক্ষাগারে একটি তার ইস্পাতের তৈরি কি না যাচাই করছিল। এজন্য সে 2m দীর্ঘ এবং 1·12 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তার নিল। তারটিতে 25 J বিভবশক্তি প্রয়োগ করায় তারটির দৈর্ঘ্য 3 cm বৃদ্ধি পায় এবং ব্যাস 5×10^{-3} mm হ্রাস পায়। বিশুদ্ধ ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}।

(ক) উদ্দীপকের তারটির পঁয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর।

(খ) রাফির ব্যবহৃত তারটি ইস্পাতের ছিল কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[রা. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); চ. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি পয়সনের অনুপাত,

$\sigma = \frac{L}{r} \times \frac{\Delta r}{\Delta l}$

∴ $\sigma = \frac{2 \times 2.50 \times 10^{-6}}{0.56 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-2}}$

$\simeq 0.3$

এখানে,

$L = 2$ m

$d = 1.12$ mm

$r = \frac{1.12}{2}$ mm $= 0.56$ mm $= 0.56 \times 10^{-3}$ m

$Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}

$\Delta l = 3$ cm $= 3 \times 10^{-2}$ m

$\Delta d = 5 \times 10^{-3}$ mm

$\Delta r = \frac{5}{2} \times 10^{-3}$ mm $= 2.50 \times 10^{-3}$ mm $= 2.50 \times 10^{-6}$ m

$E_p = 25$ J

$\sigma = ?$

(খ) আমরা জানি বিভবশক্তি,

$E_p = \frac{1}{2} \times F \times l$

বা, $F = \frac{2E_p}{l} = \frac{2 \times 25}{3 \times 10^{-2}} = 1666.7$ N

এখন,

$Y = \frac{F/A}{l/L} = \frac{F \times L}{A \times l} = \frac{1666.7 \times 2}{3.14 \times (0.56 \times 10^{-3})^2 \times 3 \times 10^{-2}}$

$= \frac{1666.7 \times 2 \times 10^8}{3.14 \times 0.56 \times 0.56 \times 3} = 1128.4 \times 10^8$ Nm^{-2}

$= 1.1284 \times 10^{11}$ Nm^{-2}

এখানে $1.1284 \times 10^{11}\text{ Nm}^{-2} < 2 \times 10^{11}\text{ Nm}^{-2}$

অর্থাৎ রাফির ব্যবহৃত তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বিশুদ্ধ ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্কের চেয়ে কম। সুতরাং, তারটি ইস্পাতের তৈরি নয়।

১১। দীপ গবেষণাগারে 6 m দৈর্ঘ্যের এবং 0·6 mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের এবং আরেকটি সিসার তারের শেষ প্রান্তে পর্যায়ক্রমে 25 kg ভর ঝুলিয়ে দেওয়ার পর উভয় তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ পেল যথাক্রমে 0·026 m এবং 0·325 m [$Y_s = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}]

(ক) প্রসারিত অবস্থায় ইস্পাত তারটির মধ্যে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন তারটির ভার নেওয়ার সামর্থ্য বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [সি. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি ইস্পাতের তারের স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি,

$W = \frac{1}{2} Fl = \frac{1}{2} mgl$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 9.8 \times 0.026$

$= 3.185$ J

এখানে,

$m = 25$ kg

$g = 9.8$ ms^{-2}

$l = 0.026$ m

(খ) সিসার ইয়ং-এর গুণাঙ্ক Y_{Pb} হলে,

$$Y_{Pb} = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$$

$$= \frac{25 \times 9.8 \times 6}{3.14 \times (3 \times 10^{-4})^2 \times 0.325}$$

$$= 1.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$$

এখানে,

$Y_s = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

$L = 6\ m$

$r = \frac{0.6\ mm}{2} = 3 \times 10^{-4}\ m$

$l = 0.325\ m$

$m = 25\ kg$

এখানে $Y_s > Y_{Pb}$, অর্থাৎ সিসার তুলনায় ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক অনেক বেশি। সুতরাং ইস্পাতের তারটির ভার নেওয়ার সামর্থ্য বেশি।

১২। A ও B দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে $1000\ kgm^{-3}$ ও $800\ kgm^{-3}$। প্রথমে A তরল হতে $0.1\ m$ দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে ওপরে উঠানো হলো। পরে 4 mm ব্যাসার্ধের $7.8 \times 10^3\ kgm^{-3}$ ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে A ও B উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে $2.36 \times 10^2\ ms^{-1}$ ও $4 \times 10^2\ ms^{-1}$। (A তরলের পৃষ্ঠটান $= 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$)

(ক) উদ্দীপকের তারটিকে উঠানোর সময় প্রযুক্ত বলের মান হিসেব কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তরের পক্ষে যুক্ত দাও।

[কু. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$T = \frac{F}{2l}$$

বা, $F = 2Tl$

$\therefore\ F = 2 \times 72 \times 10^{-3} \times 0.1$

$= 14.4 \times 10^{-3}\ N$

এখানে,

A তরলের ঘনত্ব, $\sigma_1 = 1000\ kgm^{-3}$

B তরলের ঘনত্ব, $\sigma_2 = 800\ kgm^{-3}$

গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3\ kgm^{-3}$

গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 4\ mm = 4 \times 10^{-3}\ m$

A তরলের পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.1\ m$

বল, $F = ?$

$n_1 = ?$

$n_2 = ?$

$v_1 = 2.36 \times 10^2\ ms^{-1}$

$v_2 = 4 \times 10^2\ ms^{-1}$

(খ) আবার সান্দ্রতাঙ্ক,

$$\eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)}{9v}g$$

A তরলের সান্দ্রতাঙ্ক,

$$\eta_1 = \frac{2r^2(7.8 \times 10^3 - 1 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 2.36 \times 10^2}$$

$$= \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 \times 6.8 \times 10^3 \times 9.8}{9 \times 2.36 \times 10^2}$$

$$= \frac{2 \times 16 \times 10^{-6} \times 6.8 \times 10^3 \times 9.8 \times 10^{-2}}{9 \times 2.36}$$

$$= 100 \times 10^{-5} = 1 \times 10^{-3}\ Nsm^{-2}$$

এবং B তরলের সান্দ্রতাঙ্ক,

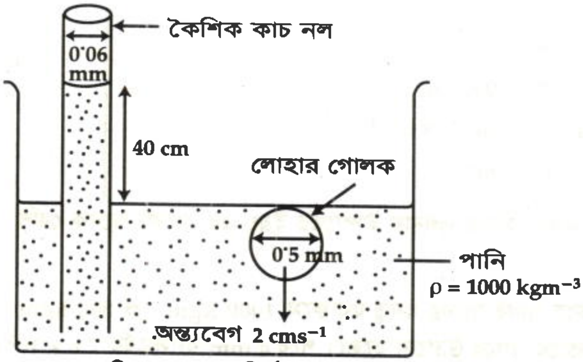
$$\eta_2 = \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 0.8 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^2}$$

$$= \frac{32 \times 10^{-6} \times 7 \times 10^3 \times 9.8 \times 10^{-2}}{9 \times 4} \simeq 61 \times 10^{-5}$$

$$= 0.61 \times 10^{-3}\ Nsm^{-2}$$

এখানে, $n_1 > n_2$; সুতরাং A তরলটি বেশি সান্দ্র।

১৩। তাজিন পরীক্ষাগারে পানির সান্দ্র বল ও পানির বিশুদ্ধতা নির্ণয়ের জন্য নিচের চিত্রানুযায়ী পরীক্ষা সম্পাদন করে।



(ক) লোহার গোলকের ওপর পানির সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 3×10^{-3} Nsm^{-2}]

(খ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ কি না—পরীক্ষালব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত নাও। [উল্লেখ্য বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}]

[অভিন্ন বোর্ড ২০১৮]

(ক) আমরা জানি সান্দ্র বল,

$$F = 6\pi r\eta v$$
$$= 6\pi \times \frac{0.25 \times 10^{-3}}{2} \times 3 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2}$$
$$= 2.83 \times 10^{-7}\ \text{N}$$

এখানে,
$\eta = 3 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2}
$r = \frac{0.5}{2} = 0.25$ mm $= 0.25 \times 10^{-3}$ m
$v = 2$ cms^{-1} $= 2 \times 10^{-2}$ ms^{-1}

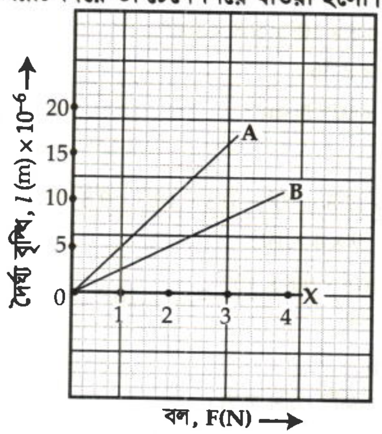
(খ) আমরা জানি,

$$T = \frac{r'\rho g\left(h + \frac{r'}{3}\right)}{2\cos\theta}$$
$$= \frac{\frac{0.06 \times 10^{-3}}{2} \times 1000 \times 9.8\left(40 \times 10^{-2} + \frac{0.06 \times 10^{-3}}{2 \times 3}\right)}{2\cos 0°}$$
$$= 58.8 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$$

এখানে,
d' = কৈশিক নলের ব্যাস $= 0.06$ m
r' = কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ
$= \frac{0.06\ \text{mm}}{2} = \frac{0.06}{2} \times 10^{-3}$ m
$h = 40$ cm $= 40 \times 10^{-2}$ m

কিন্তু বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}
সুতরাং পানি বিশুদ্ধ ছিল না।

১৪। চিত্র অনুসারে A তারের আদি দৈর্ঘ্য 1m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2। অপরদিকে 2m দৈর্ঘ্যের B তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 1.2×10^{11} Nm^{-2}। তার দুটির একটি অপেক্ষাকৃত মোটা এবং অপরটি অধিক স্থিতিস্থাপক। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। A ও B দুটি তারের একটি দিয়ে বড় একটি বোঝাকে বেঁধে অপর তারটি দিয়ে তা টেনে নিয়ে যাওয়া হলো।



(ক) A তারটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।
(খ) তার দুটির কোনটিকে কোন কাজে ব্যবহার করা উপযোগী তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [ঢা. বো. ২০১৭]

(ক) A তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক,

$$Y_A = \frac{FL}{Al}$$

উল্লম্ব রেখায় : স্কেল ফ্যাক্টর,

$$C = \frac{16}{20} = 0.8$$

প্রতি ঘর 0.8 বর্গএকক করে পাই,

13 ঘর $= 13 \times 0.8 = 10.4$ বর্গএকক

প্রতি ঘরের বাহুকে একক ধরি,
তা হলে, $l = 10.4 \times 10^{-6}$ m

লেখচিত্র ও উদ্দীপক হতে,

$F = 2.3$ N
$L = 1$ m
$A = 1$ mm^2
$= 1 \times 10^{-6}$ m^2
$l = 10.4 \times 10^{-6}$ m

$$\therefore \quad Y_A = \frac{2.3 \times 1}{10.4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}} = 2.2 \times 10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$$

আবার,
$l = 15 \times 10^{-6}$ m
$F = 3$ N
এতে পাওয়া যায়, $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}
গ্রাফপেপার পর্যবেক্ষণ করলে পাই, $F = 2.3$ N (প্রায়)
F, l-এর সাথে সরলরৈখিকভাবে সম্পর্কিত F-এর বৃদ্ধির সাথে l বৃদ্ধি পায়।
ইস্পাত, লোহা, নিকেলের জন্য, $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}
অন্যান্য ধাতব পদার্থের জন্য Y-এর মান 2×10^{11} Nm^{-2} অপেক্ষা কম।

(খ) A তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y_A = 2.2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}
B তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y_B = 1.2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}

B তারের জন্য,

$$Y_B = \frac{F_B L_B}{A_B l_B}$$

$$A_B = \frac{F_B L_B}{Y_B l_B} = \frac{3.2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 6.48 \times 10^{-6}}$$

$$A_B = 8.23 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

এখানে,
$l_B = 8.1 \times 0.8$
$= 6.48 \times 10^{-6}$ m
$F_B = 3.2$ N
$L_B = 2$ m
$A_B = ?$

আবার A তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$$A_A = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

$$\therefore \quad \frac{A_A}{A_B} = \frac{1 \times 10^{-6}}{8.23 \times 10^{-7}} = 1.2$$

$\therefore \quad A_A = 1.2 \times A_B$
$\therefore$ A তারটি মোটা।

আবার A তারে সঞ্চিত শক্তি,

$$W_A = \frac{1}{2}\frac{Y_A l^2}{L^2} = \frac{1}{2} \times \frac{2.2 \times 10^{11} \times (10.4 \times 10^{-6})^2}{1}$$

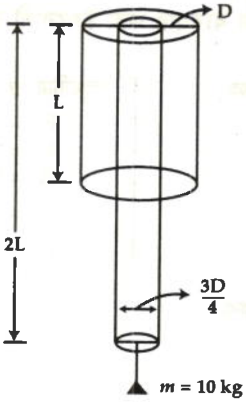
$$W_A = 11.8976\ \text{J}$$

B তারে সঞ্চিত শক্তি,

$$W_B = \frac{1}{2}\frac{Y_B l^2}{L^2} = \frac{1}{2} \times \frac{1.2 \times 10^{11} \times (6.48 \times 10^{-6})^2}{2} = 1.26\ \text{J}$$

$\therefore$ B তার দ্বারা বাঁধা সহজ। ফলে B তার দ্বারা বেঁধে A তার দ্বারা টানলে সহজে বোঝাটিকে টেনে নেয়া যাবে।

১৫।



একটি তারে 10 kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	7×10^{10} Nm^{-2}
লোহা	11.5×10^{10} Nm^{-2}
তামা	13×10^{10} Nm^{-2}
ইস্পাত	20×10^{10} Nm^{-2}

(ক) উদ্দীপকের তারের পয়সনের অনুপাতের মান নির্ণয় কর।

(খ) তারের ব্যাস $D = 4.22 \times 10^{-2}$ mm হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [কু. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); চ. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); সি. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4} = 0.25$$

এখানে,

$$\text{পার্শ্ববিকৃতি}, \frac{d}{D} = \frac{D - \frac{3}{4}D}{D}$$

$$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}, \frac{l}{L} = \frac{2L - L}{L} = \frac{L}{L} = 1$$

(খ) তারের ব্যাস, $D = 4.22 \times 10^{-2}$ mm

$$\text{তারের ব্যাসার্ধ}, r = \frac{D}{2} = \frac{4.22 \times 10^{-2}}{2} \text{mm}$$

$$= 2.11 \times 10^{-2} \text{ mm} = 2.11 \times 10^{-5} \text{ m}$$

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{FL}{\pi r^2 \times l} = \frac{mgL}{\pi r^2 \times l}$$

$$= \frac{10 \times 9.8}{\pi \times (2.11 \times 10^{-5})^2} \times \frac{L}{l}$$

$$= \frac{98}{\pi \times (2.11 \times 10^{-5})^2} \times 1$$

$$= \frac{9.8}{3.14 \times (2.11)^2 \times 10^{-10}}$$

$$= 7 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

এখানে,

$m = 10$ kg

$\therefore F = mg = 10 \times 9.8$

প্রাপ্ত Y-এর সারণি হতে বলা যায়, তারটি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি।

১৬। সুমন 2 বর্গমিলিমিটার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং 9m দীর্ঘ একটি তার দিয়ে নিচের প্রান্তে 12 kg ভর ঝুলিয়ে দিল। এতে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটল আদি দৈর্ঘ্যের 0·001%। ইস্পাতের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক 20×10^{10} Nm^{-2}।

(ক) উদ্দীপকে তারের ওপর প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে সুমনের ব্যবহৃত তারটি ইস্পাত ছিল কি না—যাচাই কর। [রা. বো. ২০২২]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$

$$\therefore \frac{F}{A} = \frac{12 \times 9{\cdot}8}{2 \times 10^{-6}} = 5{\cdot}88 \times 10^{7}\ Nm^{-2}$$

এখানে,

$A = 2\ mm^2 = 2 \times 10^{-6}\ m^2$

$m = 12\ kg$

$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

(খ) আমরা জানি,

$$Y = \frac{mgL}{Al}$$

$$= \frac{12 \times 9{\cdot}8 \times 9}{2 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-5}}$$

$$= 5{\cdot}88 \times 10^{12}\ Nm^{-2}$$

এখানে,

$L = 9m$

$l = 9 \times 0{\cdot}001\% = 9 \times \frac{0{\cdot}001}{100}$

$= 9 \times 10^{-5}\ m$

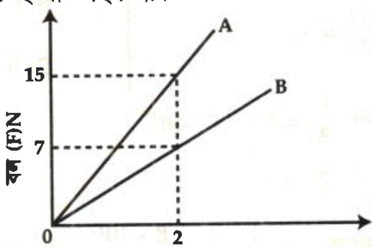
$m = 12\ kg$

$A = 2 \times 10^{-6}\ m^2$

$Y_S = 20 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

যেহেতু সুমনের ব্যবহৃত তারটির ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক $Y = 5{\cdot}88 \times 10^{12}\ Nm^{-2}$ ইস্পাতের গুণাঙ্ক $Y_S = 20 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ এর চেয়ে কম। কাজেই সুমনের ব্যবহৃত তারটি ইস্পাত ছিল না।

১৭।



চিত্রে প্রদর্শিত আদি দৈর্ঘ্যের A ও B দুইটি একই উপাদানের তার। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুইটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র উপরে প্রদর্শিত হয়েছে। $Y_A = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$।

(ক) A তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

(খ) 10 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণে উভয় তারে কৃত কাজ সমান হবে কি না—তা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [চ. বো. ২০২৩]

আমরা জানি, ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক,

$$Y_A = \frac{FL}{Al} = \frac{FL}{\pi r^2 l}$$

$$\therefore r^2 = \frac{FL}{Y_A \pi l}$$

$$r = \sqrt{\frac{FL}{Y_A \pi l}} = \sqrt{\frac{15 \times 1{\cdot}5}{2 \times 10^{11} \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}02}}$$

$$= 4{\cdot}23 \times 10^{-5}\ m$$

এখানে,

$F = 15\ N$

$L = 1{\cdot}5\ m$

(খ) লেখচিত্র অনুযায়ী,

A তারের ক্ষেত্রে,

2 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে প্রযুক্তি বল = 15 N

$\therefore$ 10 cm " " " " $= \frac{15 \times 10}{2} N = 75\ N$

$\therefore$ A তারের প্রসারণে কৃত কাজ, $W_A = \frac{1}{2} \times F_A \times l = \frac{1}{2} \times 75 \times 0{\cdot}1 = 3{\cdot}75\ J$

আবার B তারের ক্ষেত্রে,

2 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে প্রযুক্ত বল = 7 N

$\therefore$ 10 cm " " " " $= \frac{7\times10}{2} N = 35 N$

$\therefore$ B তারের প্রসারণে কৃত কাজ, $W_B = \frac{1}{2}\times F_B \times l = \frac{1}{2}\times 35\times 0{\cdot}1 = 1{\cdot}75$ J

যেহেতু $W_A \neq W_B$, কাজেই 10 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণে উভয় তারে কৃত কাজ সমান হবে না।

১৮। P, Q এবং R তিনটি তারে 8×10^{12} Nm^{-2} মানের পীড়ন প্রয়োগ করা হলো। এর ফলে তারগুলোর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% ও 1% হলো। P তারের পার্শ্ববিকৃতি 0·02।

(গ) P তারের পয়সন অনুপাত কত?

(ঘ) Q ও P তারের মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক যুক্তিসহ তোমার মতামত দাও।

[সি. বো. ২০২৪]

(ক) আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{\frac{\Delta D}{D}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

$$= \frac{\Delta D\times L}{D\times\Delta L} = \frac{0{\cdot}02}{0{\cdot}05} = 0{\cdot}4$$

এখানে,

ধরি তারের, আদি দৈর্ঘ্য = L

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = ΔL

ব্যাস হ্রাস = ΔD

পার্শ্ব বিকৃতি, $\frac{\Delta D}{D} = 0{\cdot}02$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{\Delta L}{L} = 5\% = 0{\cdot}05$

(খ) Q তারের ক্ষেত্রে পীড়ন, $\frac{F_1}{A_1} = 8\times10^{12}$ Nm^{-2}

Q তারের বিকৃতি, $\frac{l_1}{L_1} = 2\% = 0{\cdot}02$

$\therefore$ Q তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, $Y_1 = \frac{F_1/A_1}{l_1/L_1} = \frac{8\times10^{12}}{0{\cdot}02} = 4\times10^{14}$ Nm^{-2}

R তারের পীড়ন, $\frac{F_2}{A_2} = 8\times10^{12}$ Nm^{-2}

R তারের বিকৃতি, $\frac{l_2}{L_2} = 1\% = 0{\cdot}01$

$\therefore$ Q তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, $Y_2 = \frac{8\times10^{12}}{0{\cdot}01} = 8\times10^{14}$ Nm^{-2}

দেখা যায় যে, $Y_2 > Y_1$, সুতরাং R তারের স্থিতিস্থাপকতা Q তারের স্থিতিস্থাপকতার চেয়ে বেশি।

১৯। একটি পরীক্ষণে 1 cm এবং 3 cm ব্যাসার্ধের ভিন্ন উপাদানের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো হলো। তার দুটির দৈর্ঘ্য অভিন্ন। তার দুটিতে একই ভর ঝুলানোতে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অর্ধেক হলো। প্রথম তারটির পয়সনের অনুপাত 0·3।

(ক) প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য 10% বাড়ালে এর ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে?

(খ) উদ্দীপকের কোন তারটির ভার বহনের সক্ষমতা বেশি হবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২০২৪]

(ক) আমরা জানি,

$$\sigma = -\frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L}$$

$$\therefore \Delta r = -\sigma r\frac{\Delta L}{L}$$

$$= -0{\cdot}3\times1\times0{\cdot}1$$

$$= -0{\cdot}03 \text{ cm}$$

(—ve চিহ্নের অর্থ ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়েছে)

এখানে,

১ম তারের ব্যাসার্ধ, $r = 1$ cm

দৈর্ঘ্য, $\frac{\Delta L}{L} = 10\% = \frac{10}{100} = 0{\cdot}1$

(খ) $Y_1 = \frac{FL}{A_1 l_1}$ ... (i)

$Y_2 = \frac{FL}{A_2 l_2}$ ... (ii)

$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{FL}{A_1 l_1} \times \frac{A_2 l_2}{FL} = \frac{A_2 l_2}{A l_1} = \frac{\pi r_2^2 \times \frac{l}{2}}{\pi r_1^2 \times l}$

$= \frac{r_1^2}{2 r_1^2} = \frac{3^2}{2 \times (1)^2} = \frac{9}{2}$

$\therefore Y_1 = \frac{9}{2} \times Y_2$ ... ... (iii)

এখানে,
১ম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 1$ cm
২য় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 3$ cm
মনে করি, প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,
$l_1 = l$
দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি
$l_2 = \frac{l}{2}$

(iii) এর সমীকরণ অনুযায়ী $Y_1 > Y_2$। যেহেতু প্রথম তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, ২য় তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক অপেক্ষা বেশি। কাজেই Y_1 এর স্থিতিস্থাপনা বেশি। এজন্য ১ম তারের ভর বহনের সক্ষমতা বেশি।

সার-সংক্ষেপ

পারমাণবিক বন্ধন : আকর্ষণ শক্তি যা দ্বারা দুটি একই বা ভিন্ন মৌলের পরমাণু পরস্পর যুক্ত হয়ে অণু গঠন করে তাকে পারমাণবিক বন্ধন বলে।
পারমাণবিক বন্ধন পাঁচ প্রকার; যথা : আয়নিক বন্ধন, সমযোজী বন্ধন, হাইড্রোজেন বন্ধন, ধাতব বন্ধন ও ভ্যানডার ওয়ালস বলজনিত বন্ধন।

আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল : সমযোজী যৌগসমূহের একটি অণু অন্যান্য অণু কর্তৃক যে দুর্বল বল দ্বারা আকৃষ্ট হয় তাকে আন্তঃআণবিক বল বলে। আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিমাণ প্রায় 10^{-9} m।

সংসক্তি বল : কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্য ক্রিয়াশীল আন্তঃআণবিক বলকে সংসক্তি বল বলে।

প্রত্যায়নক বল : কোনো কৌশিক জড় পদার্থের ওপর বল প্রয়োগ করা হলে সে বল বস্তুর অণুগুলোকে সাম্যাবস্থা থেকে খানিকটা সরিয়ে দেয়। কিন্তু অণুগুলো সর্বদাই সাম্য অবস্থানে ফিরে যেতে চায়। ফলে সরণের বিপরীতে যে বল ক্রিয়াশীল হয় তাকে প্রত্যায়নক বল বলে।

স্থিতিস্থাপক বল : বস্তুর সাম্যাবস্থানের জন্য প্রযুক্ত বল এবং প্রত্যায়নক বল পরস্পর বিরোধী এবং পরিমাণে সমান হতে হবে। এই প্রত্যায়নক বলকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

পূর্ণ প্লাস্টিক বা পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বস্তু : বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোনো বস্তু বিকৃত হওয়ার পর ওই বল অপসারণ করলেও বস্তুটি যদি তার বিকৃতি অবস্থাতেই থেকে যায় তবে ওই বস্তুকে প্লাস্টিক বা পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি : কোনো বস্তু বা তারের ওপর ক্রমাগত পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম হ্রাস পায়। এর ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে বস্তু আগের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরি হয়। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

দৈর্ঘ্য বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

কৃন্তন বা আকার বা মোচড় বিকৃতি : যদি প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবলমাত্র এর আকৃতির পরিবর্তন হয় বা বস্তুটি মোচড় হয় তবে ওই ধরনের বিকৃতিকে কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি বলে।

আয়তন বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে আয়তন বিকৃতি বলে।

দৈর্ঘ্য পীড়ন : দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাবার জন্য প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে।

আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন : আকার বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন বলে।

আয়তন পীড়ন : আয়তন বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করা হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে।

হুকের সূত্র : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

বল ধ্রুবক : কোনো স্প্রিংয়ের একক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য প্রযুক্ত বলকে স্প্রিংটির বল ধ্রুবক বলে।

স্প্রিংয়ের শ্রেণি সমবায়ের তুল্য : শ্রেণি সমবায়ের ক্ষেত্রে স্প্রিংগুলোর তুল্য বল ধ্রুবকের বিপরীত মানের সমষ্টি তুল্য বল ধ্রুবকের বিপরীত মানের সমান।

স্প্রিংয়ের সমান্তরাল সমবায় : সমান্তরাল সমবায়ের ক্ষেত্রে স্প্রিংগুলোর বল ধ্রুবকের সমষ্টি সমবায়ের তুল্য বল ধ্রুবকের সমান।

প্রবাহীর প্রবাহ : প্রবাহীর এক স্থান থেকে অন্য স্থানে গমন করাকে প্রবাহীর প্রবাহ বলে।

ধারারেখ প্রবাহ : যে প্রবাহীর প্রতি বেগের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রবাহীর কণিকাগুলোর গতিবেগ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে ধারারেখ প্রবাহ বলে।

সংকট বেগ : তরল প্রবাহের বেগ একটি নির্দিষ্ট সীমা অতিক্রম করলে শান্ত প্রবাহ অশান্ত প্রবাহে পরিণত হয়। বেগের এই নির্দিষ্ট সীমান্ত মানকে সংকট বেগ বলে।

সংকট তাপমাত্রা : যে তাপমাত্রায় কোনো একটি তরলের পৃষ্ঠটান শূন্য হয়, তাকে সংকট তাপমাত্রা বলে।

আণবিক পাল্লা : দুটি অণুর মধ্যে ক্রিয়ারত সংসক্তি বল সর্বাধিক যতটুকু দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আন্তঃআণবিক পাল্লা বলে। এর মান প্রায় 10^{-3} m।

প্রভাব গোলক : কোনো একটি অণুকে কেন্দ্র করে আণবিক পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক কল্পনা করলে তাকে ওই অণুর প্রভাব গোলক বলে।

কৈশিকতা : খুব সরু ছিদ্রবিশিষ্ট সুষম মানকে কৈশিক নল বলে। কৈশিকতা বলতে কৈশিক নলে তরলের ওঠা-নামা সংক্রান্ত ঘটনা বোঝায়।

সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ : স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা কম হলে ওই স্পর্শ কোণকে সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ বলে।

স্থূল স্পর্শ কোণ : স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা বড় হলে ওই স্পর্শ কোণকে স্থূল স্পর্শ কোণ বলে।

আয়নিক বন্ধন : ধাতব ও অধাতব মৌলের রাসায়নিক বিক্রিয়াকালে ধাতুর পরমাণুর বহিস্তর থেকে অধাতু পরমাণুর বহিস্তরে এক বা একাধিক ইলেকট্রন স্থানান্তরিত হওয়ার মাধ্যমে সৃষ্ট ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে আয়নিক বন্ধন বলে।

সমযোজী বন্ধন : দুটি পরমাণুর মধ্যকার ইলেকট্রন শেয়ারের দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে সমযোজী বন্ধন বলে।

ধাতব বন্ধন : ধাতুর অণুতে যে বন্ধন দেখা যায়, তাই ধাতব বন্ধন। ধাতব অণু এমন গঠনকে প্রাধান্য দেয় যাতে একটি পরমাণুর চারপাশে অধিক সংখ্যক পরমাণু থাকে।

ভ্যান ডার ওয়াল বন্ধন : কাছাকাছি অবস্থিত পরমাণুসমূহের মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়ার ফলে একটি দুর্বল আকর্ষণ বল সৃষ্টি হয়। এই ক্রিয়াকে ভ্যান ডার ওয়াল ক্রিয়া বলে। ভ্যান ডার ওয়াল ক্রিয়ার ফলে যে বন্ধন সৃষ্টি হয় তাকে ভ্যান ডার ওয়াল বন্ধন বলে।

স্থিতিস্থাপকতা : বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় তার আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে পদার্থের যে ধর্ম বাধা দেয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

নমনীয় বস্তু : বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যদি বস্তুর অবস্থার পুনঃপ্রাপ্তি না ঘটে তবে তাকে নমনীয় বস্তু বলে।

পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু : কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করার পর ওই বল অপসারণ করা হলে বস্তুটি যদি পুরাপুরি পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় তবে তাকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

পূর্ণ দৃঢ় বস্তু : কোনো বস্তুর ওপর যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগ করে যদি তার বিকৃতি বা কায়িক পরিবর্তন ঘটানো না যায়, তবে ওই বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমা : প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ বা ঊর্ধ্বসীমা পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ওই বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

অসহ ভার বা ওজন : ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভরের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা ওজন বলে।

অসহ পীড়ন : কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে অসহ পীড়ন বলে।

বিকৃতি : বল প্রয়োগে কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন ঘটে তাকে বিকৃতি বলে।

পীড়ন : কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে ক্রিয়ারত (ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক) বিকৃতি সৃষ্টিকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

হুকের সূত্র : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক	:	স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।
ইয়ং-এর গুণাঙ্ক	:	স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এ ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে।
কৃন্তন বা দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক	:	স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর কৃন্তন পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে দৃঢ়তার বা কাঠিন্যের বা মোচড় গুণাঙ্ক বলে।
আয়তন গুণাঙ্ক	:	স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এ ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।
সংনম্যতা	:	কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে সংনম্যতা বলে।
পয়সনের অনুপাত	:	স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একে পয়সনের অনুপাত বলে।
সান্দ্রতা	:	যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা প্রদান করে তাকে তরলের সান্দ্রতা বলে।
সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক	:	তরলে গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শিনী বল প্রয়োজন তাকে ওই তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক বলে।
পৃষ্ঠটান	:	কোনো তরলের পৃষ্ঠে একটি সরল রেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ওই রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে যে স্পর্শিনী বল ক্রিয়া করে তাকেই পৃষ্ঠটান বলে।
পৃষ্ঠশক্তি	:	কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হয় তাকে ওই তরলের পৃষ্ঠশক্তি বলে।
সংসক্তি বল	:	একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বা সংযুক্তি বল বলে।
আসঞ্জন বল	:	বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।
পৃষ্ঠ শক্তি	:	কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ওই তলের পৃষ্ঠ শক্তি বলে।
স্পর্শ কোণ	:	কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ওই কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।
সমপ্রবাহ	:	যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ ধ্রুব থাকে, তবে তাকে সমপ্রবাহ বলে।
অসম প্রবাহ	:	যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অসম প্রবাহ বলে।
স্থির প্রবাহ	:	যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান থাকে, তবে তাকে স্থির প্রবাহ বলে।
অস্থির প্রবাহ	:	যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অস্থির প্রবাহ বলে।
সমরেখ বা শান্ত প্রবাহ	:	যদি প্রবাহীর বিভিন্ন স্তর পরস্পরের সমান্তরালে চলে তবে তাকে সমরেখ প্রবাহ বা শান্ত প্রবাহ বলে।
বিক্ষিপ্ত বা অশান্ত প্রবাহ	:	যদি প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরালে না চলে, বরং গতিতে আবর্ত বা ঘূর্ণন সৃষ্টি করে তবে তাকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বা অশান্ত প্রবাহ বলে।
প্রান্তিক বা আন্ত বেগ	:	কোনো তরলের মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তুর স্থির বেগকে প্রান্তিক বেগ বা আন্তবেগ বলে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তরের জন্য প্রয়োজনীয় বিষয়াবলির সার-সংক্ষেপ

১। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আকার পীড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত হচ্ছে দৃঢ়তার গুণাঙ্ক।

২। তামা, ইস্পাত, রাবার ও সোনার মধ্যে ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বেশি।

৩। আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল সমান হয় যখন $r = r_0$ হয়। আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমে গেলে স্থিতিশক্তিও কমে যায়। $r = r_0$ হলে স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়।

৪। কোনো তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক তারের উপাদানের ওপর নির্ভরশীল। ইয়ং-এর গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি সংনম্যতা। পীড়নের মাত্রা $[ML^{-1}T^{-1}]$। দৈর্ঘ্য পীড়ন ও বিকৃতি লেখচিত্রের ঢাল বা নতি ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্দেশ করে।

৫। পৃষ্ঠটানের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়।

৬। কোনো তারের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে তার বিকৃতি হয় 1। হুকের সূত্র হলো স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন $\propto$ বিকৃতি।

৭। দুইটি ভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে। একই পদার্থের অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণ বল হলো সংশক্তি বল। 1 m দৈর্ঘ্য ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করলে বল হয় 2×10^4 N।

৮। সমযোজী বন্ধনের অপর নাম ইলেকট্রন জোড় বন্ধন।

৯। পয়সনের অনুপাতের সীমা $-1 < \delta < 0{\cdot}5$ বা -1 হতে $\frac{1}{2}$-এর মধ্যবর্তী।

১০। পারদ ও কাচের স্পর্শকোণ 90° অপেক্ষা বেশি বা স্থূল তাই পারদ কাচকে ভেজায় না। তা ছাড়া তরলে কাচনল ডুবালে তরলের অবরোহণ হয়। এক্ষেত্রে সংশক্তি বল > আসঞ্জন বল।

১১। পানি ও কাচের মধ্যকার স্পর্শ কোণ 9° অপেক্ষা কম বা সূক্ষ্ম, তাই পানি কাচকে ভেজায়। তা ছাড়া তরলে কাচ নল ডুবালে তরলের আরোহণ হয়। স্পর্শ কোণ 90° এর বেশি হলে তরলের পৃষ্ঠ হবে উত্তল।

১২। NaCl-এর মধ্যকার বন্ধন হলো আয়নিক বন্ধন।

১৩। কোনো বস্তুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায়। গ্যাসের আন্তঃআণবিক স্থান বেশি।

১৪। প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ হলো আন্তঃআণবিক পাল্লা 10^{-9} m-এর সমান।

১৫। পৃষ্ঠটানের একক Nm^{-1} এবং মাত্রা হলো $[MT^{-2}]$, সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক Nsm^{-1}, আবার 10 poise = 1 Nsm^{-1} এবং মাত্রা হলো $[ML^{-1}T^{-1}]$

১৬। বায়বীয় পদার্থের সংনম্যতা সবচেয়ে বেশি। সান্দ্রতা সংক্রান্ত স্টোকসের সমীকরণ হলো $F = 6\,\pi r\eta v$

১৭। অক্সিজেন অণুর বন্ধনের ক্ষেত্রে ভ্যান ডার ওয়ালস বল বিদ্যমান।

১৮। পানিতে সাবান, তেল, চর্বি, ডিটারজেন্ট মিশ্রিত হলে পৃষ্ঠটান কমে।

১৯। তরলের পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সংখ্যাগত মান সমান। গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

২০। তেল, দুধ, মধু, পানি এর মধ্যে মধুর সান্দ্রতা বেশি।

২১। রূপা ও বিশুদ্ধ পানির মধ্যকার স্পর্শ কোণ 90°। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক Nsm^{-2}

২২। T পৃষ্ঠটানবিশিষ্ট ও R ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার তরল ফোঁটাকে 4টি সমান আকারের ফোঁটায় বিভক্ত করলে কৃত কাজের পরিমাণ হবে $4\pi r^2$T। পৃষ্ঠ শক্তির একক Jm^{-2} বা Nm^{-1}

২৩। গ্লিসারিন, পানি, কেরোসিন এবং আলকাতরা—এগুলোর মধ্যে আলকাতরার সান্দ্রতা বেশি।

২৪। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল হ্রাস পায়।

২৫। বস্তুর আসঞ্জন ধর্মের কারণে কাচের গায়ে পানি লাগে না।

২৬। পীড়ন বিকৃতি লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল একক আয়তন শক্তি নির্দেশ করে।

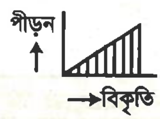
২৭। একক বিকৃতির পীড়ন যদি দৃঢ়তার গুণাঙ্ক হয় তবে পীড়নের বিকৃতি হবে সংনম্যতা।

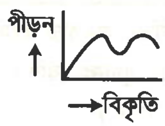
২৮। সান্দ্র তরলের মধ্যে গতিশীল কোনো বস্তু অন্ত্যবেগ প্রাপ্ত হলে এর ত্বরণ হবে শূন্য।

২৯। দুটি কাচপাত্রের মাঝে পানি থাকলে এদের আলাদা করা যায় না পৃষ্ঠটানের জন্য।

৩০। তরলের পৃষ্ঠটানের জন্য অভিকর্ষ বল দায়ী নয়। সংসক্তি, আসঞ্জন, আন্তঃআণবিক বল দায়ী।

৩১। কৈশিক নলে তরলের মুক্ত তল অবতল হয় যখন স্পর্শকোণ প্রায় 0°।

৩২। পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল হলো একক আয়তনের বিভবশক্তি। 

৩৩। পীড়ন বিকৃতির লেখচিত্র হলো 

। এই লেখচিত্রের ঢাল ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্দেশ করে।

৩৪। ইয়ং-এর গুণাঙ্কের মাত্রা হলো $[ML^{-1}T^{-2}]$

৩৫। আন্তঃআণবিক বল আন্তঃআণবিক দূরত্বের ওপর নির্ভরশীল।

৩৬। প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ সীমা পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ওই বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

৩৭। ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভারের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ভেঙে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা অসহ ওজন বলে।
অসহ পীড়ন = $\frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$।

৩৮। পীড়নের একক নিউটন/মিটার^2 (Nm^{-2}) এবং মাত্রা সমীকরণ, $[ML^{-1}T^{-2}]$

৩৯। কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এই ধর্মকে সংনম্যতা বলে। সংনম্যতা, $C = \frac{1}{K}$; K = আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক।

৪০। কোনো স্প্রিং-এ একক দৈর্ঘ্যের জন্য প্রযুক্ত বলকে স্প্রিংটির বল ধ্রুবক বলে। এর একক Nm^{-1} এবং মাত্রা $[ML^{-2}]$

৪১। স্প্রিং-এ সঞ্চিত বিভবশক্তি, $E = \frac{1}{2}Kx^2$

৪২। প্রান্তিক বেগ তরলের সান্দ্রতাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক, ঘনত্বের সমানুপাতিক এবং পড়ন্ত গোলকের ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ $v \propto \frac{1}{\eta}$, $v \propto \rho$ এবং $v \propto r^2$

৪৩। যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে বা বাধা সৃষ্টি করে তাকে তরলের সান্দ্রতা বলে।

৪৪। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক, নিউটন-সে./মিটার^2 (Nsm^{-2}) বা প্যাসকাল/সে. (Pas^{-1})। 10 poise $= 1\ Nsm^{-1}$

৪৫। তাপমাত্রা বাড়ালে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে। তরলে চাপ বৃদ্ধি পেলে সান্দ্রতা বাড়ে। কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতার ওপর চাপের কোনো প্রভাব নেই।

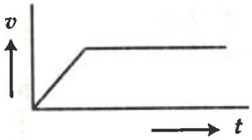
৪৬। শিরা-উপশিরা দিয়ে রক্তের চলাচল সান্দ্রতা ধর্মের ওপর হয়ে থাকে।

৪৭। যে তাপমাত্রায় কোনো তরলের পৃষ্ঠটান শূন্য হয় তাকে সংকট তাপমাত্রা বলে। পৃষ্ঠটান ও তাপমাত্রার সম্পর্ক হলো, $T_t = T_0(1 - \alpha t)$

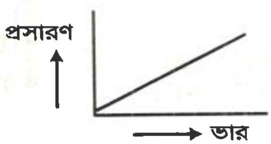
৪৮। পরম শূন্য তাপমাত্রায় পৃষ্ঠশক্তি পৃষ্ঠটানের সমান, অন্য তাপমাত্রায় মোট পৃষ্ঠশক্তি সর্বদা পৃষ্ঠটান অপেক্ষা বেশি।

৪৯। পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সম্পর্ক হলো, $\varepsilon = T$।

৫০। তরলের ভেতর দিয়ে গতিশীল গোলকের বেগ ও সময়ের লেখচিত্র—



৫১। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ বনাম ভার এর লেখচিত্র—



৫২। বৃষ্টির একটি বড়ো ফোঁটা ভেঙে অনেকগুলো ছোটো ফোঁটায় পরিণত হলে ফোঁটাগুলোর সর্বমোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়।

অনুশীলনী

(ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। কোনো পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে নিট বল শূন্য হয় যখন— [ঢা. বো. ২০২৩, ২০১৫; চ. বো. ২০১৫]

ⓚ $r = r_0$
ⓚ $r < r_0$
ⓖ $r > r_0$
ⓖ $r \gg r_0$

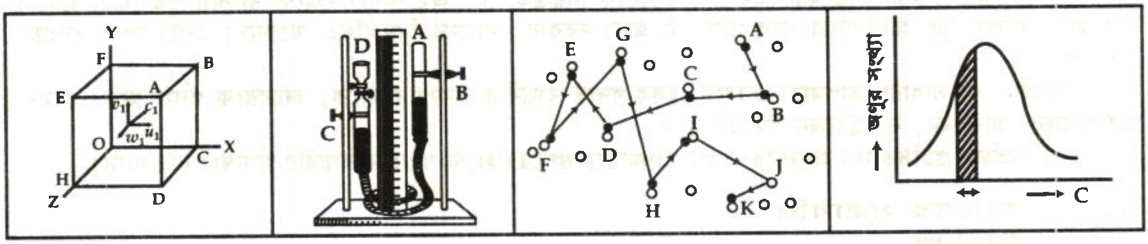
২। বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে কী বল বলে ? [রা. বো. ২০১৯; Admission Test : CU-A 2022-23; DU 2016-17; JU 2011-12]

(ক) আসঞ্জন বল
(খ) সংসক্তি বল
(গ) পৃষ্ঠ টান
(ঘ) পৃষ্ঠ শক্তি

১০

প্রধান শব্দ (Key Words) : তাপ, গ্যাসের সূত্রাবলি, আদর্শ গ্যাস, পরম শূন্য তাপমাত্রা, সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, গড় বর্গ বেগ, গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ, শক্তির সমবিভাজন নীতি, সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, আপেক্ষিক আর্দ্রতা।

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব
IDEAL GAS AND KINETICS OF GASES



ভূমিকা
Introduction

আমরা জানি যে কঠিন, তরল বা গ্যাসীয় সব পদার্থই অসংখ্য অতি ক্ষুদ্র কণা দিয়ে গঠিত। এই কণাকে পদার্থের অণু বলা হয়। একই পদার্থের অণুগুলোর ধর্ম অভিন্ন, কিন্তু বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর ধর্ম বিভিন্ন হয়। কঠিন ও তরল পদার্থের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই নগণ্য। কিন্তু গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই প্রবল। তাই গ্যাসের প্রসারণ আলোচনায় চাপের উল্লেখ করা হয়। তরল অবস্থায় পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে ব্যবধান কঠিন অবস্থা অপেক্ষা বেশি থাকে। যেকোনো তরলকে বিভিন্ন অংশে বিভক্ত করতে খুব কম বলের প্রয়োজন হয়। অতএব তরলের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল থাকে না বললেই চলে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- গ্যাসের গতিতত্ত্ব ব্যবহার করে আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র জানতে পারবে।
  ব্যবহারিক : বয়েলের সূত্র যাচাই।
- গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য বর্ণনা করতে পারবে।
- গ্যাসের গতিতত্ত্বের আলোকে আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- শক্তির সমবিভাজন নীতি জানতে পারবে।
- জলীয় বাষ্প ও বায়ুর চাপের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- শিশিরাঙ্ক, আপেক্ষিক আর্দ্রতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
  ব্যবহারিক : নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়।

১০.১ আদর্শ গ্যাস
Ideal gas

এই অধ্যায়ে আমরা আদর্শ গ্যাসের গতিতত্ত্ব এবং মৌলিক স্বীকার্য সম্বন্ধে বিস্তারিত জানব। তা হলে প্রথমে জানা দরকার, আদর্শ গ্যাস কী ?

সংজ্ঞা : **যেসব গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে এবং সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগপৎভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস (Ideal gas) বলে।** এই স্বীকার্যগুলো যে সব সময় সঠিকভাবে মেনে চলে এরকম কোনো গ্যাসের অস্তিত্ব বাস্তবে নেই। তাই বাস্তব গ্যাসের (Real gas) ধর্ম আদর্শ গ্যাসের ধর্ম থেকে কিছুটা ভিন্নতর লক্ষ করা যায়। কেবল নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় গ্যাস এই সমীকরণ মেনে চলে। বাস্তবে আমাদের পরিচিত কোনো গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ সঠিকভাবে মেনে চলে না। আদর্শ গ্যাস একটি কাল্পনিক ধারণা মাত্র। আদর্শ গ্যাসের আচরণ থেকেই আমরা বস্তুর গ্যাস সম্পর্কে ধারণা পেতে পারি। তাই আদর্শ গ্যাসের ওপর ভিত্তি করে সকল গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন করা হয়।

১০.১.১ আদর্শ গ্যাসের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of ideal gas

(১) আদর্শ গ্যাস সকল তাপমাত্রায় ও চাপে $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে।

(২) স্থির তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি এর আয়তনের ওপর নির্ভরশীল নয়।

অর্থাৎ $\left(\frac{du}{dV}\right)_T = 0$; এখানে, u = গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি, V = গ্যাসের আয়তন, T = তাপমাত্রা।

(৩) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে কোনো আকর্ষণ নেই বা কোনো বিকর্ষণও নেই।

(৪) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মোট আয়তন গ্যাস দ্বারা দখলকৃত আয়তনের তুলনায় নগণ্য।

আমরা জানি তাপ প্রয়োগে সাধারণত পদার্থের প্রসারণ ঘটে এবং তাপ অপসারণে এর সংকোচন ঘটে। কোনো পদার্থের অবস্থা তিনটি রাশি, যথা—চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়।

গ্যাসের **চাপ, আয়তন** এবং **তাপমাত্রা** এই তিনটিকে গ্যাসের **চল রাশি** (Variable) বলে। এদের যেকোনো দুটির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হলে অপর একটিকে অপরিবর্তিত রাখতে হবে। এ অনুযায়ী হিসাব করলে আমরা তিনটি সম্পর্ক পাই। তিনটি সূত্র দ্বারা এই তিনটি সম্পর্ক নিয়ন্ত্রিত হয়। এই তিনটি সূত্রকে **গ্যাসীয় সূত্র** (Gas laws) বলা হয়। গ্যাসীয় সূত্র আলোচনার পূর্বে গ্যাস কী জানা দরকার। গ্যাসের নিম্নলিখিত যেকোনো একটি সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে—

সংজ্ঞা : (i) সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে যেসব পদার্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে, তাদেরকে গ্যাস বলে। যেমন হাইড্রোজেন, অক্সিজেন, নাইট্রোজেন ইত্যাদি গ্যাস।

(ii) বর্তমান প্রচলিত মত অনুসারে সংকট তাপমাত্রার ওপরে কোনো পদার্থের বায়বীয় অবস্থার নাম গ্যাস।

১০·২ গ্যাসের সূত্রাবলি
Gas laws

গ্যাসের মোল সংখ্যা, চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা প্রভৃতির ওপর মাত্রিকভাবে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করে বিজ্ঞানিগণ গ্যাসের মৌল ধর্মভিত্তিক বিভিন্ন সূত্র আবিষ্কার করেন। এই সূত্রসমূহ গ্যাস সূত্র নামে পরিচিত। সূত্রগুলো হলো—

(১) বয়েলের সূত্র

(২) চার্লসের সূত্র

(৩) চাপীয় সূত্র

(৪) অ্যাভোগাড্রোর সূত্র।

নিম্নে গ্যাসের তিনটি সূত্র বর্ণনা করা হলো—

১০·২·১ বয়েলের সূত্র
Boyle's law

1662 খ্রিস্টাব্দে রবার্ট বয়েল নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে একটি সূত্র আবিষ্কার করেন। ইহাই **বয়েলের সূত্র**। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হলো :

সূত্র : **'তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চাপের ব্যস্তানুপাতিক।'**

মনে করি স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এবং আয়তন যথাক্রমে P এবং V।

অতএব আমরা পাই, $\boxed{V \propto \frac{1}{P}}$

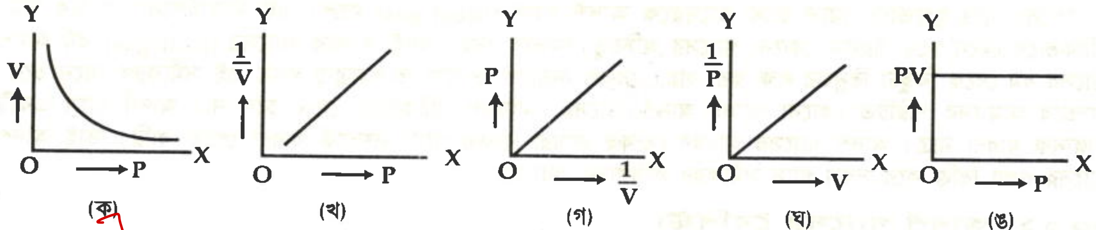
বা, $V =$ ধ্রুবক $\times \frac{1}{P}$ বা, $PV =$ ধ্রুবক $= K$

বা, $\boxed{PV = K}$ ... ... (10.1)

এই সমীকরণকে **সমোষ্ণ সমীকরণ** (Isothermal equation) বলে।

যদি স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের $P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots$ ও P_n চাপে আয়তন যথাক্রমে $V_1, V_2, V_3, \ldots$ ও V_n হয়, তবে আমরা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = \ldots\ldots\ldots = P_nV_n =$ ধ্রুবক।

এ থেকে দেখা যায় তাপমাত্রা স্থির থাকলে চাপ ও আয়তন পরস্পর ব্যস্তানুপাতিক। নিম্নে চাপের ও আয়তনের বিভিন্ন মানের জন্য লেখচিত্র দেখানো হলো :



চিত্র ১০·১

MAT 16-17

স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন (V) ও চাপ (P)-এর লেখচিত্র একটি আয়তাকার পরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হয় [চিত্র ১০·১(ক)]। চিত্র ১০·১(খ), ১০·১(গ), ১০·১(ঘ) ও ১০·১(ঙ) দ্বারা যথাক্রমে $\frac{1}{V}$ বনাম P, P বনাম $\frac{1}{V}$, $\frac{1}{P}$ বনাম V ও PV বনাম P এর লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : বাস্তব গ্যাস বয়েলের সূত্র মেনে চলে না কেন ?

আদর্শ গ্যাস বয়েলের সূত্র মেনে চলে; কিন্তু বাস্তব গ্যাস বয়েলের সূত্র মেনে চলে না। এর কারণ হলো, আদর্শ গ্যাসে বিন্দু ভর বিবেচনা করা হয় এবং ওই গ্যাস অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণ বল বিবেচনা করা হয় না। কিন্তু বাস্তব গ্যাসের অণুগুলোর আকার সীমিত এবং এদের মধ্যে আন্তঃআণবিক বল থাকায় বাস্তব গ্যাস বয়েলের সূত্র মেনে চলে না।

জেনে রাখ : বয়েলের সূত্র উচ্চ তাপমাত্রায় ও কম চাপে বিশেষভাবে প্রযোজ্য, কিন্তু নিম্ন তাপমাত্রায় ও উচ্চ চাপে এই সূত্রের বিচ্যুতি দেখা যায়।

নিজে কর : বেলুনে ফুঁ দিলে আয়তন বাড়ে এবং চাপও বাড়ে। এখানে বয়েলের সূত্র কি লঙ্ঘিত হয় ?

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বেলুনে ফুঁ দিয়ে বাতাস ভরলে বেলুনের আয়তন বাড়ে এবং সাথে সাথে ভেতরের বায়ুর চাপও বাড়ে। সুতরাং আপাতভাবে মনে হয় যে, এই ঘটনায় বয়েলের সূত্র লঙ্ঘিত হচ্ছে। কিন্তু মনে রাখা দরকার যে বয়েলের সূত্র নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। ফুঁ দিলে বেলুনের মধ্যে আরও বায়ু প্রবেশ করে অর্থাৎ বেলুনের মধ্যে বায়ুর ভর নির্দিষ্ট না থেকে বেড়ে যায়। ফলে বায়ুর আয়তন ও চাপ দুইই বেড়ে যায়। তাই বেলুনে ফুঁ দিয়ে বেলুন ফোলানোর ঘটনায় বয়েলের সূত্র প্রয়োগ করা হয় না।

১০.২.২ চার্লসের সূত্র
Charles's law

1787 খ্রিস্টাব্দে ফরাসি বিজ্ঞানী **চার্লস** এই সূত্র আবিষ্কার করেন। তাঁর নামানুসারে **এই সূত্রকে চার্লসের সূত্র বলে।** এটি নির্দিষ্ট চাপে তাপমাত্রা এবং আয়তনের সম্পর্ক নির্দেশ করে।

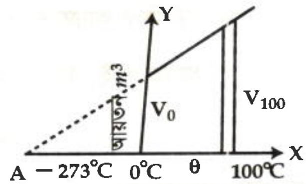
সূত্র : **স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য 0°C-এর আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা 0.00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।**

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন $= V_0$

∴ চার্লসের সূত্রানুযায়ী স্থির চাপে,

1°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের আয়তন $= V_0 + \frac{V_0 \times 1}{273}$

θ°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের আয়তন $= V_0 + \frac{V_0 \times \theta}{273}$



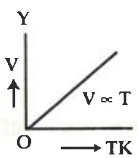
চিত্র ১০.১ (চ)

মনে করি স্থির চাপে ওই গ্যাসের θ°C তাপমাত্রায় আয়তন = V

∴ আমরা পাই, $V = V_0 + \frac{V_0\theta}{273} = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$ ... ... (10.2)

x-অক্ষে তাপমাত্রা এবং y-অক্ষে আনুষঙ্গিক আয়তন লেখচিত্র ১০(ছ)তে দেখানো হলো।

পরম স্কেলে চার্লসের সূত্র



চিত্র ১০.১ (ছ)

সমীকরণ (10.2) অনুসারে, $V = V_0\left(\frac{273 + \theta}{273}\right) = \frac{V_0 T}{273}$

এখানে T হচ্ছে পরম স্কেলে তাপমাত্রা এবং $T = \theta + 273$

ধরা যাক, $\frac{V_0}{273} = K =$ ধ্রুবক; অতএব, $V = KT$

বা, $\boxed{V \propto T}$ ... ... (10.3)

অর্থাৎ, **নির্দিষ্ট চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম স্কেলে চার্লসের সূত্র।** অর্থাৎ চাপ ও ভর স্থির থাকলে কেলভিন বা পরম তাপমাত্রা দ্বিগুণ হলে আয়তন দ্বিগুণ হবে।

ব্যাখ্যা : মনে করি নির্দিষ্ট চাপ ও ভরের কোনো গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন V_1 ও প্রাথমিক তাপমাত্রা T_1। এর চূড়ান্ত আয়তন V_2 ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা T_2 হলে চার্লসের সূত্রানুসারে,

$V_1 = KT_1$ এবং $V_2 = KT_2$ ∴ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

বা, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ... ... (10.4)

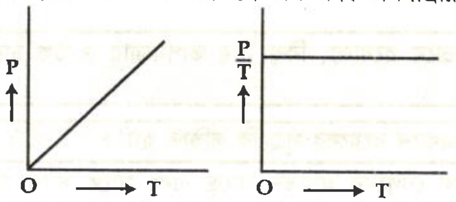
x-অক্ষে পরম তাপমাত্রা এবং y-অক্ষে আনুষঙ্গিক আয়তন লেখচিত্র ১০(ঘ) তে দেখানো হলো।

যাচাই কর : একটি বেলুনে গ্যাস ভরে তা রোদে কিছুক্ষণ রেখে দাও। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আয়তনের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

RMDAC

১০·২·৩ চাপীয় সূত্র
Law of pressure

1842 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী রেনো (Regnault) এই সূত্র আবিষ্কার করেন। এজন্য এই সূত্রকে রেনোর চাপীয় সূত্র বলা হয়। এটি স্থির আয়তনে চাপ এবং তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। এই সূত্র অনুসারে, **স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য তার 0°C-এর চাপের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা, 0·00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।** স্থির আয়তনে চাপ ও তাপমাত্রার পরিবর্তন ১০·২ চিত্রে দেখানো হলো।



চিত্র ১০·২

যাচাই কর : স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে কেন V—T লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী সরলরেখা হয় এবং $\frac{P}{T}$ — T লেখচিত্র X-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা হয় ?

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ $= P_0$

∴ রেনোর চাপীয় সূত্রানুযায়ী স্থির আয়তনে,

1°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের চাপ $= P_0 + \frac{P_0 \times 1}{273}$

θ°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের চাপ $= P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273}$

মনে করি স্থির আয়তনে θ°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের চাপ = P

∴ আমরা পাই, $P = P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273}$

$$= P_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right) = P_0\left(\frac{273 + \theta}{273}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.5)$$

পরম স্কেলে চাপের সূত্র

সমীকরণ (10.5) অনুসারে,

$$P = P_0\left(\frac{273 + \theta}{273}\right) = \frac{P_0 T}{273}$$

এখানে T হচ্ছে পরম স্কেলে তাপমাত্রা এবং $T = \theta + 273$

ধরা যাক, $\frac{P_0}{273} = K =$ ধ্রুবক; অতএব, $P = KT$

বা, $\boxed{P \propto T}$ $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.6)$

সূত্র : নির্দিষ্ট আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম স্কেলে চাপের সূত্র।

ব্যাখ্যা : মনে করি, একটি গ্যাসের প্রাথমিক চাপ P_1, প্রাথমিক তাপমাত্রা T_1, চূড়ান্ত চাপ P_2 ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা T_2। চাপীয় সূত্রানুসারে, $P_1 = KT_1$ এবং $P_2 = KT_2$

∴ $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

বা, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} =$ ধ্রুবক $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.7)$

বা, $\frac{P}{T} =$ ধ্রুবক

বা, $P \propto T$, যখন V ধ্রুবক। $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad$ [10.7(a)]

∴ নির্দিষ্ট আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। **এটিই পরম স্কেলে চাপের সূত্র।**

সমীকরণ [10.7(a)] থেকে বলা যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে চাপ বৃদ্ধি পাবে এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে চাপ হ্রাস পাবে।

নিজে কর : একটি বেলুনে কিছু গ্যাস ভর। এরপর মুখটি ভালো করে বন্ধ কর। এরপর বেলুনের ওপর হাতের চাপ দাও। ওপর থেকে বাইরের দিকে চাপ অনুভূত হবে।

যেকোনো গ্যাস অসংখ্য ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অণু দ্বারা গঠিত। অণুসমূহ সব সময় অতি দ্রুত গতিতে ইতস্তত ভ্রমণ করে। ফলে পরস্পরের সাথে এবং গ্যাসাধারের ভেতরের দেওয়ালের সাথে তাদের অবিরাম স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ চলতে থাকে। এ সংঘর্ষের মাধ্যমে অণুসমূহ গ্যাসাধারের দেওয়ালের ওপর বল প্রয়োগ করে। গ্যাসাধারের দেওয়ালে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে গ্যাস অণুসমূহের প্রয়োগকৃত বলের জন্য গ্যাসে চাপের সৃষ্টি হয়।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১

১। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কিছু শুষ্ক বায়ু সংনমিত প্রক্রিয়ায় সংনমিত করে এর আয়তন অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৯; কু. বো. ২০০১]

এখানে,
প্রাথমিক চাপ, $P_1 = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
প্রাথমিক আয়তন $= V_1$
চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = \frac{V_1}{2}$
চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = ?$

আমরা জানি,
$$P_1V_1 = P_2V_2$$
বা, $P_2V_2 = P_1V_1$
বা, $P_2 = \frac{V_1}{V_2}P_1 = \frac{2V_2}{V_2}P_1$
$= 2P_1 = 2 \times 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
$= 2.026 \times 10^5\ Nm^{-2}$

২। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান এবং হ্রদের তাপমাত্রা ধ্রুবক হলে হ্রদের গভীরতা কত?
[ঢা. বো. ২০১৮, ২০০৫; রা. বো. ২০১৮, ২০১১, ২০০৭; য. বো. ২০১৮, ২০০৯; সি. বো. ২০১৮; দি. বো. ২০১৮, ২০০৯; চ. বো. ২০০৮; Admission Test : KUET 2018-19 (মান ভিন্ন), 2004-05; RUET 2015–16; 2009-10; CUET 2013-14; BUET 1999-20; JU 2021-22 (মান ভিন্ন)]

এখানে,
হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, V_1
পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন, V_2
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1 \times 10^3\ kgm^{-3}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপ, $P_2 = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

আমরা জানি,
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{24}d^3 = Kd^3$$
$\therefore\ V_1 = Kd_1^3$
এবং $V_2 = Kd_2^3 = K(2d_1)^3 \quad [\because d_2 = 2d_1]$
$= 8Kd_1^3 = 8V$
সুতরাং ব্যাস দ্বিগুণ হলে আয়তন 8 গুণ হবে।

মনে করি, হ্রদের তলদেশে চাপ $= P_1$ এবং হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ $= P_2 \quad \therefore\ P_1 = P_2 + h\rho g$
আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$
বা, $(P_2 + h\rho g)V = P_2V_2 = P_2 \times 8V$
বা, $h\rho g = 8P_2 - P_2 = 7P_2$
$$\therefore\ h = \frac{7P_2}{\rho g} = \frac{7 \times 1.013 \times 10^5}{1 \times 10^3 \times 9.8} = 72.36\ m$$

৩। একটি হ্রদের তলদেশে বুদবুদের ব্যাস 4 mm। হ্রদের গভীরতা 3 m। বুদবুদটি পানির উপরিতলে এলে ব্যাস 4.4 mm হয়। পানির উপরিতলে তাপমাত্রা 36°C হলে হ্রদের তলদেশের তাপমাত্রা কত? বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cmHg।

এখানে,
হ্রদের গভীরতা = 3 m = 300 cm
হ্রদের তলদেশে বুদবুদের ব্যাস 4 mm
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r_1 = 2\ mm = 0.2\ cm$
হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের ব্যাস = 4.4 mm
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2.2\ mm = 0.22\ cm$
বায়ুমণ্ডলের চাপ, $P_2 = 76\ cm\ Hg$
পানির উপরিতলে তাপমাত্রা,
$T_2 = 36°C = 36 + 273 = 309\ K$
হ্রদের তলদেশের তাপমাত্রা, $T_1 = ?$

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন,
$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(0.2)^3$$
বুদবুদের ওপর চাপ,
$$P_1 = \left(76 + \frac{300}{13.6}\right) = 76 + 22.06\ cmHg$$
$= 98.06\ cmHg$
পানির পৃষ্ঠে বুদবুদটির আয়তন,
$$V_2 = \frac{4}{3}\pi(0.22)^3$$

আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $T_1 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2V_2} = \frac{98.06 \times \frac{4}{3}\pi(0.2)^3 \times 309}{76 \times \frac{4}{3}\pi(0.22)^3}$

$$= \frac{98.06 \times (0.2)^3 \times 309}{76 \times (0.22)^3}$$

$= 299.5$ K

∴ হ্রদের তলদেশে তাপমাত্রা $= 299.5 - 273 = 26.5°C$

৪। 0.64m পারদ স্তম্ভ চাপে এবং 39°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন 5.7×10^{-4} m³। প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত? [কু. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন)]

আমরা পাই,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $\frac{0.64 \times 5.7 \times 10^{-4}}{312} = \frac{0.76 \times V_2}{273}$

বা, $V_2 = \frac{0.64 \times 5.7 \times 10^{-4} \times 273}{312 \times 0.76}$

∴ $V_2 = 4.2 \times 10^{-4}$ m³

এখানে,
$P_1 = 0.64$ m
$V_1 = 5.7 \times 10^{-4}$ m³
$T_1 = 39°C = (39 + 273)$ K $= 312$ K
প্রমাণ চাপ, $P_2 = 0.76$ m
প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_2 = 273$ K
$V_2 = ?$

৫। 1.2 atm চাপ এবং 310 K তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন 4.3 L। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংকুচিত করে আয়তন 0.76 L করা হয়। গ্যাসটির (ক) চূড়ান্ত চাপ এবং (খ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [গ্যাসটিকে আদর্শ গ্যাস হিসেবে বিবেচনা করা যায় $\gamma = 1.4$] [BUET Admission Test, 2015-16]

(ক) আমরা জানি,

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

বা, $P_2 = \frac{P_1V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}$

∴ $P_2 = \frac{1.2 \times (4.3)^{1.4}}{(0.76)^{1.4}}$

$= 13.58$ atm

এখানে,
$P_1 = 1.2$ atm
$V_1 = 4.3$ L
$V_2 = 0.76$ L
$T_1 = 310$ K
$P_2 = ?$
$T_2 = ?$

আবার,

(খ) $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$

বা, $T_2 = \frac{T_1V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$

∴ $T_2 = \frac{310 \times (4.3)^{1.4-1}}{(0.76)^{1.4-1}} = 620$ K

৬। একটি ট্যাঙ্কে 27°C তাপমাত্রায় ও 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে 1660 লিটার অক্সিজেন আছে। ট্যাঙ্কে অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর।

[অক্সিজেনের আণবিক ভর = 32 kg k mol⁻¹, বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = 1.013×10^5 Pa ও R = 8314 Jk mol⁻¹ K⁻¹]

ধরি, অক্সিজেনের ভর $= m$

আমরা পাই, $PV = nRT = \frac{m}{M}RT$, বা, $m = M\left(\frac{PV}{RT}\right)$

∴ $m = \frac{32 \times (2 \times 1.013 \times 10^5 \times 1660 \times 10^{-3})}{8314 \times 300}$

$= 4.3$ kg

এখানে,
$T = (273 + 27)$K $= 300$ K
$M = 32$ kg kmol⁻¹
$R = 8314$ Jkmol⁻¹ K⁻¹
$P = 2 \times 1.013 \times 10^5$ Pa
$V = 1660$ লিটার $= 1660 \times 10^{-3}$ m³

৭। 2 প্রমাণ চাপে এবং 20°C তাপমাত্রায় 10 g অক্সিজেনের আয়তন 3·76 L হলে গ্যাস ধ্রুবক R-এর মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

বা, $R = \frac{PV}{nT}$

আবার, $n = \frac{m}{M}$

$$\therefore \quad R = \frac{PV}{\frac{m}{M} \times T} = \frac{PV \times M}{mT}$$

$$= \frac{2 \times 1{\cdot}013 \times 10^5 \times 3{\cdot}76 \times 10^{-3} \times 32 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3} \times 293}$$

$$= \frac{2 \times 1{\cdot}013 \times 3{\cdot}76 \times 32 \times 10^2}{10 \times 293}$$

$$= 8{\cdot}32 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

এখানে,

$P = 2$ প্রমাণ চাপ $= 2 \times 1{\cdot}013 \times 10^5$ Nm^{-2}
$T = 20°C = 20 + 273 = 293$ K
$m = 10$ g $= 10 \times 10^{-3}$ kg
$M = 32 \times 10^{-3}$ kg mol^{-1}
$V = 3{\cdot}76$ L $= 3{\cdot}76 \times 10^{-3}$m^3

৮। তৈরি করার সময় 200 cm³ আয়তনবিশিষ্ট একটা বৈদ্যুতিক বাল্বকে 27°C তাপমাত্রায় 0·133 Pa চাপে সিল করা হলো। ওই বাল্বে বায়ুর অণুর সংখ্যা কত? (অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা = $6{\cdot}02 \times 10^{23}$)

ধরা যাক, প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় ওই বায়ুর আয়তন = $V_2\, m^3$

$P_2 = 1{\cdot}013 \times 10^5$ Nm^{-2}

এবং $T_2 = 273$ K

আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$

$$= \frac{0{\cdot}133 \times 200 \times 10^{-6} \times 273}{1{\cdot}013 \times 10^5 \times 300}$$

$$= 2{\cdot}39 \times 10^{-10} \text{ m}^3$$

এখানে,

$V_1 = 200$ cm^3 $= 200 \times 10^{-6}$ m^3
$T = 27°C = 27 + 273 = 300$ K
$P_1 = 0{\cdot}133$ Pa
$N = 6{\cdot}02 \times 10^{23}$

আবার, প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 22·4 L আয়তনের বায়ুতে অণুর সংখ্যা = N = $6{\cdot}02 \times 10^{23}$

অর্থাৎ $22{\cdot}4 \times 10^{-3}$m^3 আয়তনের বায়ুতে অণুর সংখ্যা $= 6{\cdot}02 \times 10^{23}$

$\therefore$ $2{\cdot}39 \times 10^{-10}$m^3 " " " " $= \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23} \times 2{\cdot}39 \times 10^{-10}}{22{\cdot}4 \times 10^{-3}}$

$= 6{\cdot}42 \times 10^{15}$

৯। একটি ঘরের আয়তন 12 m × 9 m × 8 m। সকালে ঘরটির তাপমাত্রা 20°C ছিল। দুপুরে তাপমাত্রা বেড়ে 32°C হলে, ঘর থেকে প্রাথমিক আয়তনের কত শতাংশ বায়ু বেরিয়ে যাবে? ধরে নাও, চাপ অপরিবর্তিত থাকবে।

আমরা জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

বা, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

বা, $\frac{V_1}{V_2 - V_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$

বা, $\frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100$

$$\therefore \quad \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{305 - 293}{293} \times 100 = \frac{12}{293} \times 100 = 4{\cdot}4\%$$

এখানে,

$V_1 = 12\text{ m} \times 9\text{ m} \times 8\text{ m}$
$T_1 = 20°C = 20 + 273 = 293$ K
$T_2 = 32°C = 32 + 273 = 305$ K

সুতরাং ঘর থেকে 4·4% বায়ু বেরিয়ে যাবে।

১০। একটি টায়ারে 30°C তাপমাত্রায় বায়ু ভর্তি করে তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে 50°C করলে টায়ারের ভিতরের চাপ শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

এখানে,
$T_1 = 30°C = 30 + 273 = 303\ K$
$T_2 = 50°C = 50 + 273 = 323\ K$

এখানে টায়ারের আয়তন স্থির রয়েছে।

আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

বা, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2 - P_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$

বা, $\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$

বা, $\frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100$

$\therefore$ চাপের শতকরা বৃদ্ধি $= \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100$

$= \frac{323 - 303}{303} \times 100\% = 6{\cdot}6\%$

১১। একটি সিলিন্ডারে রক্ষিত অক্সিজেন গ্যাসের আয়তন $1 \times 10^{-2}\ m^3$ ও তাপমাত্রা 300 K এবং চাপ $2{\cdot}5 \times 10^5\ Nm^{-2}$। তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন ব্যবহার করা হলো। ফলে চাপ কমে $1{\cdot}3 \times 10^5\ Nm^{-2}$ হলো। ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০২২; CUET Admission Test, 2007-08]

এখানে,
$V_1 = 1 \times 10^{-2}\ m^3$
$P_1 = 2{\cdot}5 \times 10^5\ Nm^{-2}$
$P_2 = 1{\cdot}3 \times 10^5\ Nm^{-2}$
অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M = 32\ kg\ Kmole^{-1}$
$T = 300\ K$

আমরা জানি,

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{2{\cdot}5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-2}}{1{\cdot}3 \times 10^5} = 1{\cdot}923 \times 10^{-2}\ m^3$$

আবার,

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1{\cdot}923 \times 10^{-2} - 1 \times 10^{-2} = 0{\cdot}923 \times 10^{-2} = 9{\cdot}23 \times 10^{-3}\ m^3$$

এবং $m = \frac{MP\Delta V}{RT} = \frac{32 \times 2{\cdot}5 \times 10^5 \times 9{\cdot}23 \times 10^{-3}}{8{\cdot}31 \times 300} = 29{\cdot}6\ kg$

১২। ফেনি শহরে এক ব্যক্তি তার গাড়ির টায়ারের চাপ মেপে দেখল $1{\cdot}8 \times 10^5$ Pa। ওই শহরে তখন তাপমাত্রা 30°C এবং বায়ুর চাপ 1×10^5 Pa। এরপর ওই ব্যক্তি বান্দরবন শহরে গেল। সেখানকার তাপমাত্রা দেখল 15°C এবং বায়ুর চাপ 6×10^4 Pa। ওই সময় ওই ব্যক্তির গাড়ির টায়ারের চাপ মেপে কত পাওয়া যাবে? ধরে নাও উভয়ক্ষেত্রে টায়ারের আয়তন একই।

এখানে,
গাড়ির টায়ারের চাপ,
$P_{t_1} = 1{\cdot}8 \times 10^5\ Pa$
$T_1 = 30°C = 30 + 273 = 303\ K$
$P_{a_1} = 1 \times 10^5\ Pa$
$T_2 = 15°C = 15 + 273 = 288\ K$
$P_{a_2} = 6 \times 10^4\ Pa$
$P_{t_2} = x = ?$

চাপ মাপার যন্ত্রে টায়ারের যে চাপ পাওয়া যায় তা বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কত বেশি তা বুঝায়।

সুতরাং ফেনিতে টায়ারের মধ্যে প্রকৃত চাপ,

$P_1 = P_{t_1} + P_{a_1} = 1{\cdot}8 \times 10^5 + 1 \times 10^5 = 2{\cdot}8 \times 10^5\ Pa$

ধরা যাক, বান্দরবনে চাপ মাপার যন্ত্রের পাঠ $= x\ P_a$

অতএব এক্ষেত্রে টায়ারের মধ্যে বায়ুর প্রকৃত চাপ,

$P_2 = (x + 6 \times 10^4)P_a$

আমরা জানি,

$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ বা, $P_2 = \frac{P_1T_2}{T_1}$

বা, $x + 6 \times 10^4 = \frac{2{\cdot}8 \times 10^5 \times 288}{303}$

বা, $x = \frac{2{\cdot}8 \times 10^5 \times 288}{303} - 6 \times 10^4$

$\therefore x = 20{\cdot}6 \times 10^4\ Pa = 2{\cdot}06 \times 10^5\ Pa$

অতএব, চাপ মাপার যন্ত্রের চাপ $2{\cdot}06 \times 16^5$ Pa

১০.৩ আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ
Ideal gas equation

মনে করি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রা যথাক্রমে P, V, T।

বয়েলের সূত্রানুসারে, $V \propto \frac{1}{P}$, (যখন তাপমাত্রা T ধ্রুব থাকে)

এবং চার্লস-এর সূত্রানুসারে, $V \propto T$ (যখন চাপ P ধ্রুব থাকে)

এই দুটি সূত্রকে একত্রে লেখা যায়,

$V \propto \frac{T}{P}$, যখন T ও P উভয়ই ধ্রুবক

বা, $V = K\frac{T}{P}$ বা, $\frac{PV}{T} = K$

বা, $PV = KT$ ... ... (10.8)

এখানে K একটি ধ্রুব সংখ্যা, এর মান গ্যাসের ভর এবং এককের পদ্ধতির ওপর নির্ভর করে। এখন $T_1, T_2, T_3, \ldots, T_n$ পরম তাপমাত্রায় এবং $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যথাক্রমে $V_1, V_2, V_3, \ldots, V_n$ হলে, উপরিউক্ত সমীকরণ অনুসারে,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{P_nV_n}{T_n} = K = \text{ধ্রুবক}$$

এখন অ্যাভোগ্যাড্রোর প্রকল্প অনুসারে এক মোল বা এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের আয়তন, একই চাপ ও তাপমাত্রায় সমান এবং স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় এই আয়তন 22·4 লিটার। সুতরাং V যদি এক মোল গ্যাসের আয়তন হয়, $\frac{PV}{T}$ অনুপাতটি সকল গ্যাসের জন্য অভিন্ন হবে। অর্থাৎ K-এর মান এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে অভিন্ন হয়। এক্ষেত্রে K এর পরিবর্তে R লেখা হয় এবং R-কে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক (universal gas constant) বা মোলার গ্যাস ধ্রুবক (molar gas constant) বলা হয়। এই R-এর মান, $R = 8{\cdot}31\ JK^{-1}\ mole^{-1}$।

এখন যদি 1 মোল গ্যাস বা এক গ্রাম অণু ভরের যেকোনো গ্যাস বিবেচনা করা হয় তা হলে যেকোনো গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই, (সমীকরণ 10.8 থেকে)

$PV = RT$ ... ... (10.9)

এখন যদি এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাস না নিয়ে m ভরের গ্যাস নেয়া হয় যার আয়তন V এবং ওই গ্যাসের আণবিক ভর যদি M হয়, তবে এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন হবে $\frac{M}{m}V$। সুতরাং সমীকরণ (10.9)-এ V এর পরিবর্তে $\frac{M}{m}V$ বসিয়ে পাই,

$$P \times \frac{M}{m}V = RT$$

বা, $PV = \frac{m}{M}RT$ $\left(\frac{m}{M} = n = \text{মোল সংখ্যা}\right)$

বা, $\boxed{PV = nRT}$ ... ... (10.10)

সমীকরণ (10.10)ই হলো আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বা গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ।

হিসাব : আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপে 1 মোল গ্যাস যে আয়তন দখল করে তার আয়তন এবং একক আয়তনে অণুর সংখ্যা বের কর।

আমরা জানি, $PV = nRT$

$$\therefore V = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \times 8{\cdot}31 \times 273}{1{\cdot}013 \times 10^5} = 2{\cdot}24 \times 10^{-2}\ m^3$$

আবার একক আয়তনে অণুর সংখ্যা,

$$\frac{N}{V} = \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{2{\cdot}24 \times 10^{-2}} = 2{\cdot}69 \times 10^{25}\ m^{-3}$$

১০.৪ গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ
Equation of density of a gas

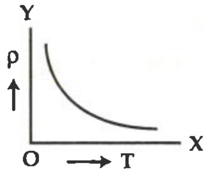
ধরা যাক T_1K পরম তাপমাত্রায় m ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন V_1, চাপ P_1 ও ঘনত্ব ρ_1 এবং T_2K পরম তাপমাত্রায় তার আয়তন V_2, চাপ P_2 ও ঘনত্ব ρ_2। গ্যাসটি তার অবস্থার সমীকরণ মেনে চললে,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

অর্থাৎ, $$\frac{P_1}{T_1}\cdot\frac{m}{\rho_1} = \frac{P_2}{T_2}\cdot\frac{m}{\rho_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \left[\because \rho_1 = \frac{m}{V_1} \text{ এবং } \rho_2 = \frac{m}{V_2}\right]$$

$$\therefore \frac{P_1}{\rho_1T_1} = \frac{P_2}{\rho_2T_2} = \text{একটি ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.11)$$

এটিও (আদর্শ) গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ নির্দেশ করে। এ সমীকরণ অনুসারে,



চিত্র ১০.৩(ক)

(ক) $P_1 = P_2$ হলে, $\rho_1T_1 = \rho_2T_2$

$$\therefore \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} = \text{ধ্রুবক}$$

বা, $$\rho = \text{ধ্রুবক}\,\frac{1}{T}$$

বা, $$\boxed{\rho \propto \frac{1}{T}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.12)$$

সুতরাং স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। এই সম্পর্কটি ১০.৩(ক) চিত্রে দেখানো হলো।

(খ) $T_1 = T_2$ হলে,

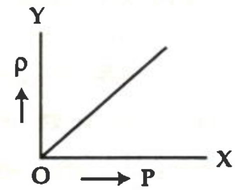
$$\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.13)$$

$$\therefore \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \text{ধ্রুবক}$$

$$\rho = \text{ধ্রুবক} \times P$$

বা, $$\boxed{\rho \propto P}$$



চিত্র ১০.৩(খ)

কাজেই, স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার ঘনত্বের সমানুপাতিক। এই সম্পর্কটি ১০.৩(খ) চিত্রে দেখানো হলো।

১০.৫ সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক
Universal gas constant

যেকোনো গ্যাসের ভর এক গ্রাম মোল হলে, সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে K-এর মান সমান হয় এবং ধ্রুবক K-কে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সেজন্য R-কে **সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক** বলা হয়।

R-এর অর্থ : n মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$PV = nRT$$

$$\therefore \boxed{R = \frac{PV}{nT} = \frac{\text{কাজ বা শক্তি}}{\text{মোল সংখ্যা} \times \text{তাপমাত্রা (কেলভিন)}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.14)$$

উক্ত সমীকরণ হতে R-এর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যায়—

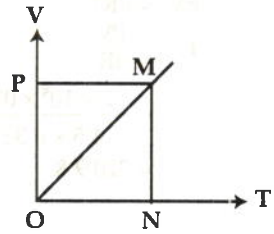
সংজ্ঞা : এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রি বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে। এটিই হলো R-এর অর্থ বা তাৎপর্য।

R-এর একক : এস. আই. পদ্ধতিতে R-এর একক হলো জুল কেলভিন$^{-1}$ মোল$^{-1}$ ($JK^{-1}\ mol^{-1}$)

R-এর মান : এস. আই. পদ্ধতিতে স্বাভাবিক তাপমাত্রা এবং চাপে (N. T. P) এর মান $8.314\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ (জুল কেলভিন$^{-1}$ মোল$^{-1}$)।

এক মোল গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হচ্ছে $PV = RT$। একক চাপের ক্ষেত্রে $P = 1$ একক হলে, $V = RT$ হয়। যেহেতু R ধ্রুব রাশি তাই $V \propto T$ হয় বা $\frac{V}{T} = R$ হয়। লেখচিত্রে এই সম্পর্কটি দেখানো হলো [চিত্র ১০·৪]।

লেখচিত্রে $\frac{MN}{ON} = \frac{V}{T} =$ ঢাল। অর্থাৎ একক চাপে কোনো আদর্শ গ্যাসের এক মোলের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রার লেখচিত্রের ঢালই হলো গ্যাস ধ্রুবক R।



চিত্র ১০·৪

গ্যাস ধ্রুবক (K) : $PV = KT$ [সমীকরণ (10.8)] এবং $PV = nRT$ [সমীকরণ (10.10)] তুলনা করে পাই,

$$K = nR = R\frac{m}{M};\ \text{যেহেতু}\ R = \text{ধ্রুবক}\ \ \text{কাজেই}\ K \propto \frac{m}{M}$$

অর্থাৎ গ্যাস ধ্রুবক (K) গ্যাসের ভর এবং আনবিক ভরের অনুপাতের সমানুপাতিক।

১০·৬ প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপ
Standard temperature and pressure (STP)

প্রমাণ তাপমাত্রা

যে তাপমাত্রায় ও প্রমাণ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে। সেলসিয়াস স্কেলে এটি $0°C$ এবং কেলভিন স্কেলে 273 K। অর্থাৎ STP তে তাপমাত্রা 273 K।

প্রমাণ চাপ

45° অক্ষাংশে 273 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

অতএব, প্রমাণ চাপ $= 760$ mm পারদ স্তম্ভ চাপ
$= 0.76\ m \times 13596\ kgm^{-3} \times 9.806\ ms^{-2}$
$= 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
$= 1.013 \times 10^5\ Pa$

জানার বিষয় : S.T.P. তে বায়ুর ঘনত্ব $1.293\ kg\ m^{-3}$
S.T.P. তে বায়ুর চাপ $1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$

১০·৭ পরম শূন্য তাপমাত্রা বা পরম শীতলতা
Absolute zero temperature

চার্লসের সূত্র হতে আমরা দেখতে পাই যে, স্থির চাপে যদি $0°C$ তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের একটি গ্যাসের আয়তন V_0 হয় এবং $\theta°C$ তাপমাত্রায় তার আয়তন V হয়, তবে

$$V = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$$

$-273°C$ তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের আয়তন, $V_{-273} = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$

অর্থাৎ স্থির চাপে গ্যাসকে ঠান্ডা করে তার তাপমাত্রা $-273°C$ করলে আয়তন শূন্য হবে। তাপমাত্রা আরও কমালে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হবে। কিন্তু ঋণাত্মক আয়তন অর্থহীন। অতএব **সর্বনিম্ন তাপমাত্রা** $-273°C$। প্রকৃতপক্ষে এই তাপমাত্রা $-273.16°C$। কোনো কিছুরই তাপমাত্রা এর চেয়ে কম হতে পারে না। শুধু পৃথিবীতে নয়, সৌরজগৎ তথা মহাবিশ্বে এর কম তাপমাত্রা কোথাও থাকতে পারে না। এজন্য $-273°C$ তাপমাত্রাকে **সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা চরম শীতলতা বা চরম বা পরম শূন্য তাপমাত্রা** (Absolute zero temperature) বলা হয়। কাজেই, স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে, চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌঁছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে। 0K বা $-273°C$ কে পরম শূন্য তাপমাত্রা ধরা হয়।

[MAT 19-20]

[DAT 21-22]

সংজ্ঞা : **যে তাপমাত্রায় স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন শূন্য হয় এবং গতিশক্তি পুরোপুরি লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।** [MAT 17-18]

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২

১। 18 g হিলিয়াম গ্যাসপূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন $0{\cdot}10\ m^3$। বেলুনের ভেতরে গ্যাসের চাপ $1{\cdot}2 \times 10^5\ Nm^{-2}$। বেলুনের মধ্যবর্তী গ্যাসের তাপমাত্রা কত ?

আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\therefore T = \frac{PV}{nR} = \frac{1{\cdot}2 \times 10^5 \times 0{\cdot}10}{4{\cdot}5 \times 8{\cdot}31} = 320{\cdot}9\ K$$

এখানে,

$V = 0{\cdot}10\ m^3$

$M = 4\ g$

$m = 18\ g$

$n = \frac{m}{M} = \frac{18}{4} = 4{\cdot}5$

$P = 1{\cdot}2 \times 10^5\ Nm^{-2}$

$R = 8{\cdot}31\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

$T = ?$

২। একটি পাহাড়ের ওপর তাপমাত্রা 7°C এবং বায়ুমণ্ডলের চাপ 70 cmHg। ওই পাহাড়ের পাদদেশে তাপমাত্রা ও চাপ যথাক্রমে 27°C এবং 76 cmHg হলে পাহাড়ের ওপরে ও নিচে বায়ুর ঘনত্বের তুলনা কর।

আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$$

$$\therefore \frac{70}{\rho_1 \times 280} = \frac{76}{\rho_2 \times 300}$$

বা, $$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{70 \times 300}{76 \times 280} = \frac{21000}{21280} = \frac{75}{76}$$

$$\therefore \rho_1 : \rho_2 = 75 : 76$$

এখানে,

$T_1 = 7°C = 7 \times 273 = 280\ K$

$T_2 = 27°C = 27 + 273 = 300\ K$

$P_1 = 70\ cmHg$

$P_2 = 76\ cmHg$

১০.৮ ব্যবহারিক
Experimental

পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২	**বয়েলের সূত্র যাচাই** **Verification of Boyle's law**

মূলতত্ত্ব (Theory) : তাপমাত্রা স্থির থাকলে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার ওপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

যদি কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন, V এবং চাপ, P হয় তবে বয়েলের সূত্রানুসারে,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

বা, $PV =$ ধ্রুবক ... ... (i)

অনুরূপভাবে যদি কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের যেমন P_1, P_2, P_3 ইত্যাদি চাপে তার আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, V_3 হয় তবে বয়েলের সূত্রানুসারে আমরা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 =$ ধ্রুবক $= K$।

যন্ত্রপাতি (Apparatus) : (১) বয়েলের যন্ত্র, (২) ব্যারোমিটার এবং (৩) তাপমান যন্ত্র।

কার্যপদ্ধতি বা কাজের ধারা (Working procedure) : উক্ত পরীক্ষা তিনটি ধাপে সম্পন্ন করা হয়, যথা—(A) বায়ুমণ্ডলীয় চাপে, (B) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে এবং (C) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা কম চাপে।

(A) বায়ুমণ্ডলীয় চাপে :

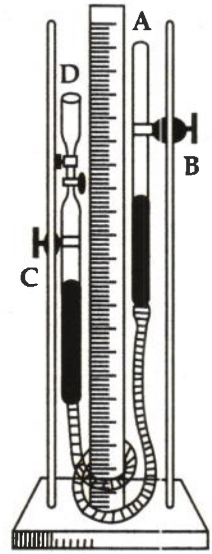
(১) পরীক্ষার শুরুতেই ব্যারোমিটারের সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় করা হয়। মনে করি এটি P_1।

(২) CD নলটিকে উঠা-নামা করিয়ে তাকে এমন উচ্চতায় রাখা হয় যাতে উভয় নলের পারদ স্তম্ভ এক সমতলে থাকে। এ অবস্থায় AB নলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হবে।

(৩) স্কেল হতে AB নলের বন্ধমুখ এবং AB নলের পারদ তলের পাঠ নেয়া হয়। এই দুই পাঠের পার্থক্য হতে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়। AB নল সমব্যাসযুক্ত হওয়ায় আবদ্ধ বায়ুর দৈর্ঘ্য তার আয়তনের আনুপাতিক হবে। বায়ুমণ্ডলের চাপ এবং বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের গুণফল বের করা হয়।

(B) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে :

(৪) এবার CD নলকে আস্তে আস্তে ওপরে তোলা হয়। এই অবস্থায় CD নলের পারদ স্তম্ভ AB নলের স্তম্ভ হতে উঁচুতে থাকবে এবং AB নলের আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশি হবে। উভয় নলের পারদ স্তম্ভের পাঠ নেয়া হয় এবং তাদের পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপের সাথে উক্ত পার্থক্য যোগ করে AB নলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বের করা হয়। P_1 বায়ুমণ্ডলের চাপ হলে এবং h পারদ স্তম্ভদ্বয়ের পার্থক্য হলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ $P = P_1 + h$। AB নলের পারদতল এবং বন্ধ প্রান্তের পাঠ হতে আবদ্ধ বায়ুর আয়তন নির্ণয় করা হয়। CD নল ক্রমাগত ওপরে উঠিয়ে ৫–৬ বার পাঠ নেয়া হয় এবং প্রতিবারই আবদ্ধ বায়ুর চাপ এবং আয়তনের গুণফল বের করা হয়।



চিত্র ১০·৫

(C) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা কম চাপে :

(৫) এখন CD নলকে নিচে নামানো হয় এবং এমন জায়গায় রাখা হয় যাতে AB নলের পারদ স্তম্ভ CD নলের পারদ স্তম্ভ হতে উঁচুতে থাকে। এ অবস্থায় AB নলের আবদ্ধ চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা কম হবে। উভয় নলের পারদ স্তম্ভের পাঠ নেয়া হয় এবং তাদের পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ হতে উক্ত পার্থক্য বিয়োগ করে AB নলের আবদ্ধ বায়ুর চাপ বের করা হয়। P_1 বায়ুমণ্ডলের চাপ হলে এবং h পারদ স্তম্ভদ্বয়ের পার্থক্য হলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ $P = P_1 - h$। AB নলের পারদতল এবং বন্ধ প্রান্তের পাঠ হতে আবদ্ধ বায়ুর আয়তন নির্ণয় করা হয়। CD নল ক্রমাগত নিচে নামিয়ে ৫–৬ বার পাঠ নেয়া হয় এবং প্রতিবারই চাপ এবং আয়তনের গুণফল বের করা হয়।

(৬) পরীক্ষার শুরুতে এবং শেষে ব্যারোমিটারের সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ পরিমাপ করা হয় এবং গড় মান নেয়া হয়। মনে করি, তা P_1।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and manipulation) :

ছক (Table)

চাপ	পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ব্যারো-মিটারের পাঠ = B সেমি	পরীক্ষা-গারের তাপমাত্রা = t° C	আবদ্ধ নল AB-এর ওপর প্রান্তের পাঠ = a সেমি	আবদ্ধ নল AB-এর পারদ স্তম্ভের পাঠ=b সেমি	খোলা নল CD-এর পারদ স্তম্ভের পাঠ=c সেমি	আবদ্ধ বায়ুর আয়তন V = $(a-b)$ ঘন সেমি	পারদ স্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য $h=(b-c)$ সেমি	আবদ্ধ বায়ুর মোট চাপ P = $(B \pm h)$ সেমি	K = P × V	মন্তব্য
বায়ুমণ্ডলীয় চাপে											
বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে											ধ্রুবক
বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা কম চাপে											

হিসাব বা গণনা (Calculation) :

(১) $P \times V = \ldots$

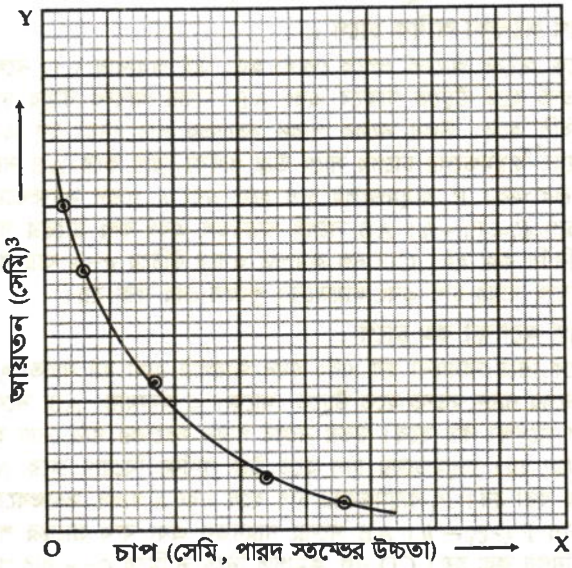
(২) $P \times V = \ldots$

(৩) $P \times V = \ldots$

(৪) $P \times V = \ldots$

[অনুরূপভাবে সকল গণনা করা যায়]

ফলাফল (Result) : যেহেতু $P \times V$ = ধ্রুবক, সেহেতু P এবং V-এর সম্পর্কটিকে একটি লেখ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। P-কে X-অক্ষে এবং V-কে Y-অক্ষে স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করলে তা একটি আয়তাকার পরাবৃত্ত হবে [চিত্র ১০.৬]



চিত্র ১০.৬

এবং প্রমাণ করবে যে, $P \times V$ = ধ্রুবক। কিন্তু P বনাম $\frac{1}{V}$ লেখ অঙ্কন করলে তা একটি সরলরেখা হবে। এটিও প্রমাণ করবে যে $P \times V$ = ধ্রুবক।

অতএব বয়েলের সূত্র প্রমাণিত হলো।

সতর্কতা (Precautions) :

(১) নল দুটি পুরাপুরি খাড়া হওয়া উচিত।
(২) দৃষ্টিভ্রম এড়িয়ে পাঠ নেয়া উচিত।
(৩) তাপমাত্রা স্থির রাখার জন্য CD নলকে ধীরে ধীরে উঠা-নামা করা প্রয়োজন।
(৪) প্রতিবার পাঠ নেবার পর কিছু সময় অপেক্ষা করা উচিত।

আলোচনা (Discussion) : বন্ধ নল ও খোলা নল অসম প্রস্থচ্ছেদের হলে প্রাপ্ত ফলাফলে ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়।

[MAT 11-12]

১০.৯ গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য
Fundamental postulates of gas molecules

গ্যাসের অণুর গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে গ্যাসের গতির প্রকৃতি এবং উদ্ভূত তাপের মধ্যে সম্পর্ক জানা যায়। গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব সুপ্রতিষ্ঠিত করার জন্য কতগুলো পূর্বশর্ত প্রয়োজন। এগুলোকে গ্যাসের **মৌলিক স্বীকার্য** বলা হয়। গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হলো :

১। সকল গ্যাস সমান ভরের অণুর সমন্বয়ে গঠিত। কোনো একটি গ্যাসের অণুগুলো সদৃশ। কিন্তু বিভিন্ন গ্যাসের অণুগুলো ভিন্ন ভিন্ন। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়— হাইড্রোজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ, অক্সিজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ। কিন্তু হাইড্রোজেন গ্যাসের অণু এবং অক্সিজেন গ্যাসের অণু সদৃশ নয়।

২। গ্যাসের অণুগুলো বিন্দু ভর আদর্শ স্থিতিস্থাপক গোলক।

৩। অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় এদের আয়তন নগন্য।

৪। আধারের আয়তনের তুলনায় এর মধ্যস্থিত গ্যাসের অণুগুলোর আয়তন নগণ্য।

৫। অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই, কিংবা আবদ্ধ পাত্রের দেয়ালের ওপর কোনো বল প্রয়োগ করে না। অর্থাৎ গ্যাসের শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি।

৬। অণুগুলো সতত সঞ্চরণশীল। তাদের গতিবেগ শূন্য হতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারে।

৭। অণুগুলো প্রতিনিয়ত অতি দ্রুতবেগে বিক্ষিপ্তভাবে ছুটাছুটি করছে এবং পরস্পরের সাথে ও আধারের দেওয়ালের সাথে ধাক্কা খাচ্ছে। আধারের দেওয়ালের সাথে অণুগুলোর ধাক্কার দরুনই গ্যাসে চাপের সৃষ্টি হয়।

৮। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সংগে অণুগুলোর বেগ বৃদ্ধি পায়।

৯। দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে অণুগুলো সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলে। পরপর দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী দূরত্বকে গড় মুক্ত পথ (mean free path) বলে।

১০। একটি ধাক্কা সংঘটিত হতে যে সময় লাগে তা মুক্ত পথ অতিক্রম করার সময়ের তুলনায় অতি নগণ্য, তাই ধাক্কাগুলো তাৎক্ষণিক (instantaneous)।

১১। গ্যাসের অণুগুলো অনবরত ধাক্কায় লিপ্ত থাকলেও এক ঘন আয়তনে অণুর সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে।

১২। সংঘর্ষগুলো সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক।

১৩। গ্যাসের পরম তাপমাত্রা অণুগুলোর মোট গতিশক্তির সমানুপাতিক।

১০.১০ গড় বেগ, গড় বর্গবেগ এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূল

Mean velocity, mean square velocity and root mean square velocity

গড় বেগ

কোনো একটি বস্তু অসম বেগে গমন করলে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং মোট সময়ের ভাগফলকে গড় বেগ বলে। আবার, দুই বা ততোধিক বেগের গড় মানকে গড় বেগ বলে। মনে করি একটি বন্ধ আধারে একটি গ্যাসের n সংখ্যক অণু আছে। ধরি অণুর বেগ $c_1, c_2, \ldots\ldots c_3, \ldots\ldots c_n$। অতএব তাদের

$$\text{গড় বেগ, } c_a = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \ldots\ldots + c_n}{n} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.15)$$

গড় বর্গবেগ

দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গবেগ বলে। মনে করি গ্যাসের n সংখ্যক অণুর বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, \ldots\ldots c_3, \ldots\ldots c_n$। অতএব তাদের

$$\text{গড় বর্গবেগ, } c_a^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots\ldots + c_n^2}{n} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.16)$$

গড় বর্গবেগের বর্গমূল

দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে। অতএব গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ,

$$c = \sqrt{c_a^2} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots\ldots + c_n^2}{n}} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.17)$$

সাধারণত মূল গড় বর্গবেগ গড় বেগ অপেক্ষা বেশি মানের হয়।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের গ্যাসের মধ্যে c_1 বেগসম্পন্ন n_1 সংখ্যক অণু, c_2 বেগসম্পন্ন n_2 সংখ্যক অণু, c_3 বেগসম্পন্ন n_3 সংখ্যক অণু ইত্যাদি রয়েছে। সুতরাং মোট অণু, $n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots$

$$\text{অতএব গড় বেগ, } \bar{c} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + \ldots\ldots\ldots}{n}$$

$$\text{গড় বর্গবেগ, } \overline{c^2} = \frac{n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + n_3c_3^2 + \ldots\ldots\ldots}{n}$$

এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ, $c = \sqrt{\overline{c^2}}$

ধরা যাক চারটি অণুর বেগ যথাক্রমে 3, 4, 5 এবং 6 একক।

সুতরাং, এদের গড় বেগ, $\bar{c} = \dfrac{3+4+5+6}{4} = 4{\cdot}5$

এবং মূল গড় বর্গবেগ, $c = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\dfrac{3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2}{4}} = 4{\cdot}64$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, c এবং $\bar{c}$ সমান নয়। **সাধারণত *rms* গতিবেগ গড় গতিবেগ অপেক্ষা সামান্য বেশি হয়।** গতীয় তত্ত্বের আলোচনায় *rms* গতিবেগ বেশি প্রয়োজনীয় ও গুরুত্বপূর্ণ।

অনুধাবনমূলক কাজ : গ্যাসের ক্ষেত্রে মূল গড় বর্গবেগ নেওয়া হয় কেন ? [ঢা. বো. ২০২১]

সাধারণত গড় বেগ মূল গড় বর্গবেগ অপেক্ষা কিছু কম হয়। তা ছাড়া গতিতত্ত্বে গড় বেগের ব্যবহার নেই। শুধুমাত্র মূল গড় বর্গবেগ অণুর বিভিন্ন গতিবেগের প্রতিনিধিত্বকারী গড় হিসেবে ব্যবহৃত হয়। এজন্য গ্যাসের ক্ষেত্রে মূল গড় বর্গবেগ নেওয়া হয়।

১০·১১ গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব
Molecular kinetic theory of gases

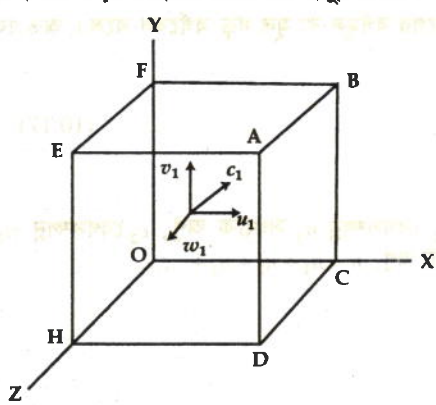
সকল গ্যাসই মোটামুটি **বয়েল, চার্লস** এবং **চাপের সূত্র** মেনে চলে। এজন্য সকল গ্যাসের একটি সাধারণ গঠন আছে বলে ধরে নেয়া যায়। সকল গ্যাসই তথা সকল বস্তুই অসংখ্য অণুর সমষ্টি। এই অণুগুলো অবিরাম গতিশীল অবস্থায় থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তাদের গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কঠিন পদার্থের অণুগুলো খুবই ঘন সন্নিবিষ্ট থাকায় সংসক্তি বল অধিক। এর ফলে কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন থাকে। তরল পদার্থের অণুগুলোর পারস্পরিক সংসক্তি বল অপেক্ষাকৃত কম। ফলে এদের নির্দিষ্ট আকার থাকে না, কিন্তু আয়তন থাকে। গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে সংসক্তি বল একেবারে নেই বললেই চলে। ফলে গ্যাসের অণুগুলো স্বাধীনভাবে চলাচল করতে পারে। তাই গ্যাসীয় পদার্থের নির্দিষ্ট কোনো আকার বা আয়তন নেই।

ডেভি, জুল, রামফোর্ড প্রমুখ বিজ্ঞানী বিভিন্ন পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করেছেন যে, তাপ এক প্রকার শক্তি এবং পদার্থ কণার গতির ফলেই তাপ সৃষ্টি হয়। তা হলে দেখা যাচ্ছে, **তাপ হলো গতির একটি বিশেষ রূপ।** অতএব **গ্যাসের গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের গতিতত্ত্ব।** গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে গ্যাসের গতির প্রকৃতি এবং উদ্ভূত তাপের মধ্যে সম্পর্ক জানা যায়।

1730 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী **বার্নৌলি** (Bernoulli) সর্বপ্রথম গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি ব্যাখ্যা করেন। এ কারণে বিজ্ঞানী বার্নৌলিকে গ্যাসের গতিতত্ত্বের জনক বলা হয়। কিন্তু পরবর্তীতে **ক্লসিয়াস, ম্যাক্সওয়েল, বোল্জম্যান, জিন, ভ্যান ডার ওয়ালস্** প্রমুখ বিজ্ঞানী গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রভূত উন্নতি সাধন করেন এবং এই তত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের নানারূপ আচরণের সন্তোষজনক ব্যাখ্যা প্রদান করেন।

১০·১২ গতিতত্ত্ব অনুসারে আদর্শ গ্যাসের চাপের সমীকরণ
Equation of pressure of an ideal gas according to the kinetic theory

ছয় তলবিশিষ্ট আদর্শ স্থিতিস্থাপক পদার্থের একটি ঘনাকৃতি ফাঁপা পাত্র লই। মনে করি এটি ABCDEFOH [চিত্র ১০·৭]। পাত্রটির প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য l । অতএব এর আয়তন $V = l^3$।



চিত্র : ১০·৭

ধরি পাত্রটি M ভরের একটি আদর্শ গ্যাস দ্বারা পূর্ণ এবং গ্যাসের ঘনত্ব ρ। মনে করি গ্যাসের অণুর সংখ্যা n এবং প্রত্যেকটি অণুর ভর m। উক্ত অণুগুলোর মধ্য হতে একটি অণু বিবেচনা করি যার বেগ c_1 [চিত্র ১০·৭]। এই বেগকে OX, OY এবং OZ-অক্ষ বরাবর যথাক্রমে u_1, v_1 এবং w_1 উপাংশে বিভাজন করি। অতএব আমরা লিখতে পারি,

$$c_1^2 = u_1^2 + v_1^2 + w_1^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.18)$$

মনে করি অণুটি OX বরাবর u_1 বেগে গিয়ে ABCD তলকে আঘাত করল। অণুর ভর m হলে OX-অক্ষ বরাবর তার ভরবেগ $= mu_1$। দেয়ালটির সাথে অণুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটে। ফলে অণুটি একই বেগে পশ্চাৎদিকে প্রতিক্ষিপ্ত (rebound) হয় বা ফেরত আসে। অতএব সংঘর্ষের পর এর ভরবেগ $= -mu_1$

অতএব অণুটির বেগের u_1 উপাংশের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন $= mu_1 - (-mu_1) = mu_1 + mu_1 = 2mu_1$

আবার ABCD তলে একবার ধাক্কা খাবার পর EFOH তলে আর একবার ধাক্কা খাবে। OX-অক্ষ বরাবর অণুটির বেগ u_1 হওয়ায় ABCD তল হতে EFOH তলে আসতে এর সময় লাগে $\dfrac{l}{u_1}$ অর্থাৎ $\dfrac{l}{u_1}$ সময় পর অণুটির বেগের u_1 উপাংশের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন $= 2mu_1$

∴ অণুটির বেগের u_1 উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$

$$= \frac{2mu_1}{l/u_1} = \frac{2mu_1^2}{l}$$

অনুরূপভাবে গ্যাস অণুটির বেগের v_1 উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{2m v_1^2}{l}$ এবং বেগের w_1 উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{2mw_1^2}{l}$

∴ ঐ অণুর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mu_1^2}{l} + \frac{2mv_1^2}{l} + \frac{2mw_1^2}{l} = \frac{2m}{l}(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) = \frac{2mc_1^2}{l}$$ [সমীকরণ 10.18 ব্যবহার করে]

দ্বিতীয় অণুর বেগ c_2 হলে একইভাবে দেখানো যায় যে, তার মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{2mc_2^2}{l}$

∴ n-তম অণুর বেগ c_n হলে, এর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{2mc_n^2}{l}$

∴ পাত্রস্থিত n সংখ্যক অণুর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2m}{l}(c_1^2 + c_2^2 + \ldots\ldots + c_n^2) = \frac{2mn}{l}\left(\frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots\ldots + c_n^2}{n}\right)$$

$$= \frac{2mn}{l}c^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.19)$$

$$\left[\text{এখানে } c = \text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots + c_n^2}{n}}\right]$$

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী এই ভরবেগের পরিবর্তনের হার অণুগুলোর ওপর বিভিন্ন দেয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বলের সমান। এখন ঘনকটির দেয়ালের ওপর ধাক্কাজনিত চাপ P হলে ঘনকের ছয়টি দেয়ালের ওপর মোট বল

$$= \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{চাপ} = 6l^2 \times P \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.20)$$

∴ সমীকরণ (10.19) এবং সমীকরণ (10.20) হতে পাই,

$$6l^2 \times P = \frac{2mnc^2}{l}$$

বা, $$P = \frac{2mnc^2}{6l^2 \times l} = \frac{mnc^2}{3l^3} = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{l^3} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.21)$$

বা, $$P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V}$$

বা, $$PV = \frac{1}{3}mnc^2 = \frac{1}{3}Mc^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.22)$$

বা, $$PV = \frac{1}{3}Mc^2 \qquad [\because M = mn]$$

∴ $$P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2 = \frac{1}{3}\rho c^2 \qquad [\because \rho = \frac{M}{V}]$$

10.22 সমীকরণ হলো আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপের সমীকরণ।

১০.১৩ গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রয়োগ
Applications of kinetic theory of gases

আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, রেনোর সূত্র, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ ইত্যাদির প্রতিটি পরীক্ষালব্ধ সূত্র। গ্যাসের গতিতত্ত্বের বৈশিষ্ট্যসমূহের আলোচনায় এই সূত্রগুলো ব্যবহার করা হয় না; কিন্তু গতিতত্ত্বের স্বীকার্যগুলো ব্যবহার করে সম্পূর্ণ তাত্ত্বিকভাবে ওই সূত্রগুলো প্রতিষ্ঠা করা যায়। এখানেই গ্যাসের গতিতত্ত্বের সার্থকতা। নিম্নে গ্যাসের গতিতত্ত্বের কয়েকটি প্রয়োগ আলোচনা করা হলো।

১। বয়েলের সূত্র (Boyle's law) :

গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে বয়েলের সূত্র প্রতিপাদন করা যায়। বয়েলের সূত্র অনুযায়ী সুষম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

মনে করি, T পরম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P

∴ বয়েলের সূত্র হতে পাই,

$P \propto \frac{1}{V}$; যখন T স্থির থাকে

বা, $P =$ ধ্রুব সংখ্যা $\times \frac{1}{V}$

বা, $PV =$ ধ্রুব সংখ্যা

পুনরায় গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপ,

$P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V}$ [সমীকরণ 10.22 দ্রষ্টব্য]

বা, $PV = \frac{1}{3}mnc^2 = \frac{1}{3}\ M.c^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} Mc^2 = \frac{2}{3} E$ ... ... (10.23)

∴ $P = \frac{2}{3}\frac{E}{V}$

এখানে, $E =$ **গ্যাস অণুসমূহের মোট গতিশক্তি। সুতরাং গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই-তৃতীয়াংশ।**

অণুসমূহের গতিশীলতার দরুন কোনো বস্তু তাপ প্রাপ্ত হয় অর্থাৎ তাপ গতিরই একটি ভিন্ন রূপ। তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপের পরিমাণ স্থির থাকে। ফলে মোট গতিশক্তিও স্থির থাকে। অতএব স্থির তাপমাত্রায় মোট গতিশক্তি $K.E. = \frac{1}{2}mnc^2 =$ ধ্রুব সংখ্যা।

পুনরায় তাপমাত্রা স্থির থাকলে $PV =$ ধ্রুবক বা $V \propto \frac{1}{P}$। অর্থাৎ তাপমাত্রা স্থির থাকলে গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক। **এটিই হলো বয়েলের সূত্র।** গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হলো।

২। চার্লসের সূত্র (Charles's law) :

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে পাই,

$PV = RT$ ... ... (i)

আবার, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (10.23) হতে আমরা জানি,

$PV = \frac{1}{3} Nmc^2$ ... ... (ii)

এখানে $N =$ এক গ্রাম অণু গ্যাসের অণুর সংখ্যা। একে অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা বলে।

∴ সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$\frac{1}{3}Nmc^2 = RT$, বা, $Nmc^2 = 3\,RT$

বা, $\frac{1}{2}Nmc^2 = \frac{3}{2}RT$

∴ গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N}\right)T = \frac{3}{2}KT$

বা, $mc^2 = 3\ KT$

সমীকরণ (ii)-এ মান বসিয়ে পাই,

$PV = \frac{1}{3} N \times 3\,KT = NKT$ ... ... (iii)

এখন চাপ স্থির থাকলে,

$V \propto T$ ($\because$ N ও K ধ্রুবক)

অর্থাৎ চাপ স্থির থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই চার্লসের সূত্র। অতএব গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে চার্লসের সূত্র প্রমাণিত হলো।

৩। চাপের সূত্র (Law of pressure) :

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা পাই,

$PV = RT$

আমরা আরও জানি,

$PV = \frac{1}{3}Nmc^2$, এখানে $N =$ এক গ্রাম-অণু গ্যাসের অণুর সংখ্যা যাকে অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা বলে।

$N = 6{\cdot}0222 \times 10^{26}$ অণু/কিলোমোল। $m =$ একটি অণুর ভর $= \frac{M}{N}$

$\therefore \quad \frac{1}{3}Nmc^2 = RT$

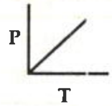
বা, $\quad mc^2 = 3\frac{R}{N}T = 3KT$, এখানে K = বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $= 1{\cdot}381 \times 10^{-23}\,J\,K^{-1}$

বর্ণনা অনুযায়ী 2 kg হাইড্রোজেনে, 32 kg অক্সিজেনে, 28 kg নাইট্রোজেন, 12 kg কার্বনে প্রত্যেক ক্ষেত্রে $6{\cdot}0222 \times 10^{26}$ অণু থাকবে।

$\therefore \quad PV = \frac{1}{3}Nmc^2$ সমীকরণ হতে পাই,

$$PV = \frac{1}{3}N \times 3KT = NKT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.24)$$

উপরের সমীকরণে N ও K ধ্রুব সংখ্যা। অতএব স্থির আয়তনে, $P \propto T$। লেখচিত্রে সম্পর্কটি দেখানো হলো।



চিত্র ১০·৭(ক)

$\therefore$ **আয়তন স্থির থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।**

এটিই হলো চাপের সূত্র। অতএব গতিতত্ত্ব হতে চাপের সূত্র প্রমাণিত হলো।

নিজে কর : পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস অণুর বেগ শূন্য। কারণ কী?

গ্যাস অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল না থাকায় এদের স্থিতিশক্তি শূন্য। আমরা জানি, একটি অণুর মোট শক্তি = এর গতিশক্তি $= \frac{3}{2}KT$। পরম শূন্য তাপমাত্রায় অর্থাৎ $T = 0$ হলে গ্যাস অণুর মোট শক্তি শূন্য। সুতরাং অণুটির গতিশক্তি বা গতিবেগও শূন্য।

৪। আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (Ideal gas equation) :

গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুযায়ী, কোনো গ্যাসের তাপশক্তি তার অণুগুলোর গতিশক্তির ফলশ্রুতি। পরম শূন্য তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুগুলোর তাপশক্তি শূন্য হয়। ফলে গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি এবং গড় বর্গবেগের বর্গমূলের মানও শূন্য হয়। কোনো গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করলে, এটি গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তি হিসেবে প্রকাশ পায়।

$$\therefore \quad K.E. = \frac{1}{2}mnc^2 = \frac{1}{2}Mc^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.25)$$

এখানে, $m =$ প্রতিটি অণুর ভর, $n =$ অণুর সংখ্যা, $c =$ গড় বর্গবেগের বর্গমূল এবং $M = mn =$ গ্যাসের ভর।

আমরা পূর্বেই দেখেছি যে, কোনো গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গড় গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

$\therefore$ আমরা পাই,

$$\frac{1}{2}mnc^2 \propto T$$

বা, $\quad \frac{1}{2}Mc^2 \propto T$

বা, $\quad \frac{1}{2}Mc^2 = KT$

এখানে, K = সমানুপাতিক ধ্রুবক

কিন্তু গ্যাসের চাপের রাশিমালা হতে আমরা পাই,

$$P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V} = \frac{1}{3}\frac{Mc^2}{V}$$

বা, $\quad PV = \frac{1}{3}Mc^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}Mc^2 = \frac{2}{3}KT$

বা, $\quad PV = RT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.26)$

এখানে, $R = \frac{2}{3}K$ = একটি ধ্রুব সংখ্যা

$\therefore$ **PV = RT সমীকরণকে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ বলে।**

এখানে উল্লেখ থাকে যে, V = এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন। যদি n গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয়, তবে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হয় $PV = nRT$। **গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হলো।**

বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ, PV = RT সর্বদা মেনে চলে না। শুধুমাত্র উচ্চ তাপমাত্রা এবং নিম্ন চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ করে।

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ না করার মূল কারণ নিম্নরূপ :

গতিতত্ত্ব থেকে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন করার সময় গ্যাস অণুগুলোকে শুধুমাত্র বিন্দু ভর (point mass) ধরা হয়। অর্থাৎ অণুগুলোর আয়তন বিবেচনা করা হয়নি। এ ছাড়া গ্যাস অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণ বল বিবেচনা করা হয়নি। বিখ্যাত ওলন্দাজ পদার্থবিদ ভ্যান ডার ওয়ালস (Van der Waals) গ্যাস অণুগুলোর সীমিত আকার এবং এদের মধ্যকার আন্তঃআণবিক বল বিবেচনা করে আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি নিম্নরূপ সংশোধন করেন :

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.27)$$

এখানে a ও b রাশিদ্বয় যেকোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের জন্য ধ্রুব, তবে সব গ্যাসের জন্য একই মানের নয়।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : নিম্নচাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে কেন—ব্যাখ্যা কর।

কোনো একটি আবদ্ধ পাত্রে নিম্নচাপে গ্যাস রাখার অর্থ হলো যে গ্যাস অণুর সংখ্যা খুব কম এবং গ্যাস অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব অনেক বেশি থাকে। গ্যাস অণুর সংখ্যা কম হওয়ায় অণুগুলোর মোট আয়তন পাত্রের আয়তনের তুলনায় নগণ্য হয়। আবার আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হওয়ায় এদের মধ্যে আন্তঃআণবিক বল অত্যন্ত কম হয়। ফলে নিম্নচাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে।

যাচাই কর : স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ করে না কেন ?

১০.১৪ গতিসূত্র প্রয়োগ করে পারস্পরিক সম্পর্ক প্রতিপাদন
Derivation of mutual relations applying kinetic theory

(i) চাপ ও আয়তনের সাথে ঘনত্বের সম্পর্ক

আদর্শ গ্যাসের গতীয় সমীকরণ থেকে জানি $PV = \frac{1}{3}mnc^2$ বা, $PV = \frac{1}{3}Mc^2$ (সমীকরণ 10.23 দ্রষ্টব্য)

বা, $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2 = \frac{1}{3}\rho c^2$ $[\because$ ঘনত্ব, $\rho = \frac{M}{V}]$

বা, $c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

(ii) গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ

যেহেতু $PV = \frac{1}{3}Mc^2$

বা, $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2 = \frac{2}{3}\times\frac{\frac{1}{2}Mc^2}{V} = \frac{2}{3}\times\frac{E}{V}$

$\therefore$ চাপ $= \frac{2}{3}\times\frac{\text{গতিশক্তি}}{\text{আয়তন}}$

অর্থাৎ একক আয়তনের গতিশক্তি চাপের $\frac{2}{3}$ অংশ। ... ... (10.28)

(iii) $E = \frac{3}{2}RT$

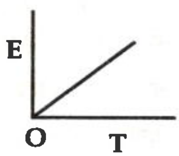
যেহেতু $PV = \frac{1}{3}Mc^2$ আবার এক মোল গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাস সূত্র $PV = RT$

$\therefore \frac{1}{3}Mc^2 = RT$

বা, $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}Mc^2 = RT$

বা, $\frac{1}{2}Mc^2 = \frac{3}{2}RT$

বা, $E = \frac{3}{2}RT$, লেখচিত্র (ক) এ E ও T এর পরিবর্তন দেখানো হলো।



লেখচিত্র (ক)

$\therefore$ 1 গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি $= \frac{3}{2}RT$ ... ... (10.29)

অর্থাৎ, $E \propto T$। তাই $T = 0$ হলে $E = 0$ হয়। এ থেকে পরম শূন্য তাপমাত্রার সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

যে তাপমাত্রায় গ্যাসের শক্তি শূন্য হয়, অর্থাৎ অণুগুলো গতিহীন হয় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

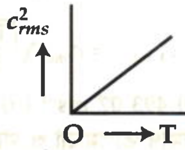
(iv) মূল গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক

আমরা জানি $PV = \frac{1}{3}Mc^2$

আবার আদর্শ গ্যাস সূত্র থেকে 1 মোল গ্যাসের জন্য $PV = RT$

$\therefore \quad \frac{1}{3}Mc^2 = RT \quad$ বা, $c^2 = 3\frac{R}{M}T$

বা, $\sqrt{\overline{c^2}} = c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$



লেখচিত্র (খ)

এখানে $\frac{R}{M}$ = ধ্রুবক

$\therefore \quad c^2$ = ধ্রুবক $\times T$

$\sqrt{\overline{c^2}}$ = ধ্রুবক $\sqrt{T}$ বা $c_{rms} \propto \sqrt{T}$ ... ... (10.30)

লেখচিত্র (খ)-এ c_{rms} এবং T-এর পরিবর্তন দেখানো হলো।

$\therefore$ মূল গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

(v) $E' = \frac{3}{2}KT$

এখানে, একটি অণুর গতিশক্তি = E′

আমরা জানি, $\frac{1}{2}Mc^2 = \frac{3}{2}RT \quad \therefore \quad \frac{1}{2}\frac{M}{N}c^2 = \frac{3}{2}\frac{R}{N}T$

N = অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা = এক গ্রাম অণু গ্যাসে অণুর সংখ্যা বুঝায়

$\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}KT$

আবার $E' = \frac{3}{2}KT$; এখানে E′ একটি অণুর গতিশক্তি

$\therefore$ একটি অণুর গতিশক্তি $= \frac{3}{2}\times$ বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $\times$ পরম তাপমাত্রা ... ... (10.31)

K = বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $= 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

আবার n সংখ্যক অণুর গড় গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}nKT$

সুতরাং কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক অর্থাৎ গ্যাসের সুষম তাপমাত্রার মূল কারণ এর অণুগুলোর মধ্যে গতিশক্তির সুষম বণ্টন। গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। আবার গড় গতিশক্তি হ্রাস পেলে তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। অতএব পরম শূন্য তাপমাত্রায় অণুর গতিশক্তি শূন্য হবে। **এটিই হলো গতিতত্ত্ব অনুযায়ী তাপমাত্রার ব্যাখ্যা।**

জানার বিষয় :

১। কেবল উচ্চ তাপমাত্রা এবং নিম্ন চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শগ্যাস সমীকরণ মেনে চলে।

২। R হলো প্রতি মোলের জন্য গ্যাস ধ্রুবক। আবার প্রতি অণুর জন্য গ্যাস ধ্রুবক।

৩। গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে সংশক্তিবল খুব নগন্য হওয়ায় গ্যাসীয় পদার্থের নির্দিষ্ট কোনো আকার বা আয়তন নেই।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩

১। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব $1.25\ kgm^{-3}$।

(i) অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বের কর। [কু. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); সি. বো. ২০২২; ঢা. বো. ২০১১, ২০০৮; চ. বো. ২০০৩]

(ii) 100°C তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৮; য. বো. ২০০৭; ঢা. বো. ২০০২]

(i) আমরা জানি,

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.25}}$$

$$= 493.07\ ms^{-1}$$

এখানে,

স্বাভাবিক চাপ, $P = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$

স্বাভাবিক তাপমাত্রা, $T = 273K$

ঘনত্ব, $\rho = 1.25\ kgm^{-3}$

(i) স্বাভাবিক তাপমাত্রায়, $c_{rms} = ?$

(ii) তাপমাত্রা, $T_1 = 100°C = (100 + 273)\ K = 373K$

$c_{1\ rms} = ?$

(ii) আবার, $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

এবং $c_{1\,rms} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}}$ $\therefore \frac{c_{1\,rms}}{c_{rms}} = \sqrt{\frac{T_1}{T}}$

$\therefore \quad c_{1\,rms} = c_{rms}\sqrt{\frac{T_1}{T}} = 493{\cdot}07 \times \sqrt{\frac{373}{273}} = 576{\cdot}34\ ms^{-1}$

উ. (i) 493·07 ms⁻¹ (ii) 576·34 ms⁻¹

২। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে কোনো আদর্শ গ্যাসের অণুর rms বেগ $0{\cdot}6\ kms^{-1}$। ওই গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয় কর। বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $1{\cdot}103 \times 10^5\ Nm^{-2}$ অপরিবর্তিত অবস্থায় 24°C তাপমাত্রায় ওই গ্যাসের ঘনত্ব কত হবে?

আমরা জানি,

$$c_0 = \sqrt{\frac{3P_0}{\rho_0}}$$

বা, $\rho_0 = \frac{3P_0}{C_0^2}$

$\therefore \quad \rho_0 = \frac{3 \times 1{\cdot}103 \times 10^5}{(0{\cdot}6 \times 10^3)^2} = 0{\cdot}844\ kgm^{-3}$

এখানে,
$T_0 = 273\ K$
$P_0 = 1{\cdot}103 \times 10^5\ Nm^{-2}$
$c_0 = 0{\cdot}6\ kms^{-1} = 0{\cdot}6 \times 10^3\ ms^{-1}$
$T_1 = 24°C = 24 + 273 = 297\ K$

আবার, $c \propto \sqrt{\sigma}$

$\therefore \quad \frac{c_1}{c_0} = \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$ বা, $\frac{c_1}{c_0} = \sqrt{\frac{297}{273}}$

আবার, $C \propto \sqrt{T}$

$\therefore \quad \frac{c_0}{c_1} = \sqrt{\frac{273}{297}}$

কিন্তু $c \propto \frac{1}{\rho}$ ($\because$ P = ধ্রুবক) ... ... (i)

অর্থাৎ, $\frac{c_0}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_0}}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{273}{297}$ বা, $\rho_1 = \frac{273}{297} \times 0{\cdot}844 = 0{\cdot}776\ kgm^{-3}$

৩। স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে? [সি. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৩; Admission Test : Agri. (cluster) 2021-22; KUET 2019-20; RUET 2019-20 (মান ভিন্ন)।

আমরা জানি,

$c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\therefore c_{1\,rms} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}}$

এবং $c_{2\,rms} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M}}$

এখানে,
$c_{2\,rms} = \frac{1}{2}c_{1\,rms}$
প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_1 = 273\ K$
নির্ণেয় তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

অতএব, $\frac{c_{2\,rms}}{c_{1\,rms}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad T_2 = \frac{1}{4} \times T_1 = \frac{1}{4} \times 273 = 68{\cdot}25\ K$

৪। কত ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ –100°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে ? [Admission Test : BUET 2017-18; KUET 2015-16]

আমরা জানি,

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\sqrt{\frac{3RT_{O_2}}{M_{O_2}}} = \sqrt{\frac{3R_{H_2}T_{H_2}}{M_{H_2}}}$$

$$\therefore \quad T_{O_2} = \frac{T_{H_2}M_{O_2}}{M_{H_2}} = \frac{173 \times 32}{2} = 2768 \text{ K}$$

এখানে,

$T_{H_2} = -100°C = 273 - 100$
$= 173$ K
$M_{O_2} = 32$ kg/K mole

৫। 29°C তাপমাত্রায় 3g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর। [নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g] [ম. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); কু. বো. ২০০৩; BUET Admission Test, 2021-22 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি n মোল গ্যাসের গতিশক্তি,

$$K.\ E. = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$

$$\therefore K.\ E. = \frac{3}{2} \times \frac{3}{28} \times 8.31 \times 302 = 403 \text{ J}$$

এখানে, $m = 3$ g
$M = 28$ g
$R = 8.31$ J K^{-1} mol^{-1}
$T = (273 + 29)$ K $= 302$ K
K. E. = ?

৬। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [R = 8.3 JK^{-1} mol^{-1}] [ব. বো. ২০২২, ২০১১; কু. বো. ২০১০; চ. বো. ২০০৭; ঢা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

একটি পরমাণুর গতিশক্তি, $K.\ E. = \frac{3}{2}RT$

$= \frac{3}{2} \times 8.3 \times 300$

$= 3735$ J mol^{-1}

এখানে,

$R = 8.3$ JK^{-1} mol^{-1}
$T = (273 + 27)$ K $= 300$ K
K.E. = ?

৭। কোন তাপমাত্রায় একটি গ্যাস অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি, একটি ইলেকট্রন 8 V বিভব পার্থক্যের মধ্য দিয়ে গেলে যে গতিশক্তি অর্জন করে তার সমান হয় ? [K = 1.38 × 10^{-23} JK^{-1}, 1 eV = 1.6 × 10^{-19} J]

একটি ইলেকট্রন 8 V বিভব পার্থক্যের মধ্য দিয়ে গেলে তার গতিশক্তি, $E_e = 8\,eV = 8 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J $= 12.8 \times 10^{-19}$ J

আবার গ্যাসের এক অণুর গতিশক্তি, $E_a = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}$ T J

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times T = 12.8 \times 10^{-19}$$

বা, $$T = \frac{12.8 \times 2 \times 10^{-19}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23}}$$

$$= 61.83 \times 10^3 \text{ K}$$

৮। 30° C তাপমাত্রায় একটি অক্সিজেন অণুর রৈখিক গতিশক্তি এবং ওই একই তাপমাত্রায় একটি অক্সিজেন অণুর মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর। এক মোল অক্সিজেনের মোট গতিশক্তি কত ? [$N_A = 6.023 \times 10^{23}$ এবং $K = 1.38 \times 10^{-23}$ JK^{-1}]

একটি অক্সিজেন অণুর রৈখিক গতিশক্তি,

$$E = \frac{3}{2}KT$$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 303 \text{ J}$$

বা, $E = 6.27 \times 10^{-21}$ J

এখানে,

$T = 30°C = (30 + 273) = 303$ K
$N_A = 6.023 \times 10^{23}$
$K = 1.38 \times 10^{-23}$ JK^{-1}

ওই তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মোট গতিশক্তি,

$$E' = \frac{5}{2}KT \quad [\because O_2 \text{ দ্বিপারমাণবিক গ্যাস}]$$

$$= \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 303$$

$$= 10.45 \times 10^{-21} J$$

এক মোল অক্সিজেনের মোট গতিশক্তি,

$$E'' = N_A E' = 6.023 \times 10^{23} \times 10.45 \times 10^{-21}$$

$$= 6294 \text{ J mole}^{-1}$$

৯। একটি গ্রহের তাপমাত্রা 527° C এবং ঘনত্ব 5.5×10^3 kgm^{-3}। যদি ওই গ্রহ তার বায়ুমণ্ডলে অক্সিজেন গ্যাস ধরে রাখতে সক্ষম হয় তা হলে এর ন্যূনতম ব্যাসার্ধ কত হবে ? [দেওয়া আছে, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}, গ্যাস ধ্রুবক $R = 8.31$ J mol^{-1}K^{-1}]

M ভরের এবং r ব্যাসার্ধের কোনো গ্রহের পৃষ্ঠে বস্তুর মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2G}{r}}\sqrt{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho} \quad [\because \rho = \text{গ্রহের ঘনত্ব}]$$

$$\therefore \quad v_e = 2\sqrt{\frac{2}{3}G\pi r^2 \rho} \quad \dots \quad \dots \quad \text{(i)}$$

এখানে,

$$T = 527° C = 527 + 273$$
$$= 800 K$$
ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3$ kgm^{-3}
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$
$$R = 8.31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

এখন কোনো গ্যাসের rms বেগের রাশিমালা,

$$c = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}} \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ii)}$$

[এখানে, M_1 = অক্সিজেন গ্যাসের আণবিক ভর
$= 32 \times 10^{-3}$ kg
এবং T = গ্যাসের পরম তাপমাত্রা]

প্রশ্নানুসারে,

$$v_e = c$$

$$\therefore \quad 2\sqrt{\frac{2}{3}G\pi r^2\rho} = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}}$$

$$\therefore \quad r^2 = \frac{9\,RT}{8\,G\pi\rho M_1}$$

বা, $$r = \sqrt{\frac{9\,RT}{8\,G\pi\rho M_1}}$$

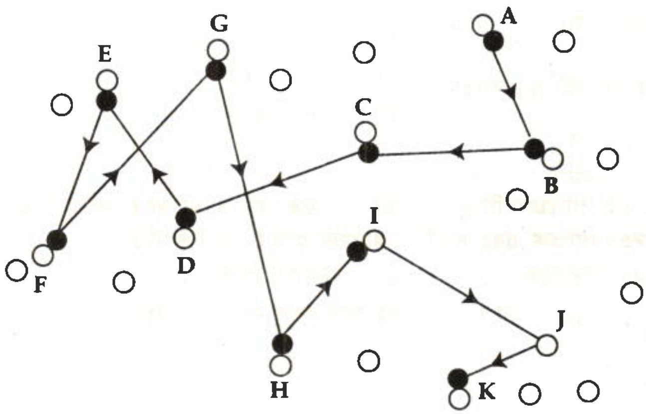
$$\therefore \quad r = \sqrt{\frac{9 \times 8.31 \times 800}{8 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 3.14 \times 5.5 \times 10^3 \times 32 \times 10^{-3}}} \text{ m}$$

$$= 4.50 \times 10^5 \text{ m} = 450 \text{ km}$$

১০.১৫ গড় মুক্ত পথ
Mean free path

গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আমরা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো অবিরত বিক্ষিপ্ত গতিতে চারদিকে ছুটাছুটি করছে এবং পরস্পরের সাথে ও আধারের দেওয়ালের সাথে ধাক্কা খাচ্ছে। অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বল নেই। তাই তাদের বেগ অপরিবর্তিত থাকে। **পরপর দুটি ধাক্কার ভিতর অণুগুলো সরলরেখায় যতটুকু পথ গমন করে তাকে**

মুক্ত পথ (free path) বলে। আর কোনো অণুর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাকে মূল গড় বর্গবেগ বলে। চিত্রে A একটি অণু। এটি অপর একটি অণু B-কে ধাক্কা দিয়ে BC পথে চলে গেল



চিত্র ১০.৮

এবং C স্থানে গিয়ে অপর একটি অণুর সাথে ধাক্কা খেল। অণুটি যদি D স্থানে গিয়ে অপর একটি অণুর সাথে, E স্থানে গিয়ে আর একটি অণুর সাথে ধাক্কা খায় ইত্যাদি [চিত্র ১০.৮] তা হলে BC, CD, DE হলো এক একটি মুক্ত পথ। এই মুক্ত পথের দৈর্ঘ্য সব সময় সমান হয় না। সেজন্য গড় মুক্ত পথ নেয়া হয়। **পরপর ধাক্কাগুলোর ভিতর একটি অণু যে গড় দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।**

ধরি, A হতে B-এর দূরত্ব $= S_1$

B হতে C-এর দূরত্ব $= S_2$

C হতে D-এর দূরত্ব $= S_3$

যদি মোট S দূরত্ব অতিক্রান্তে N সংখ্যক ধাক্কা সংঘটিত হয়, তবে ওই গ্যাস অণুর গড় মুক্ত পথ,

$$\lambda = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots \dots + S_n}{N} = \frac{S}{N} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (10.32)$$

$$= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ}}{\text{ধাক্কার সংখ্যা}}$$

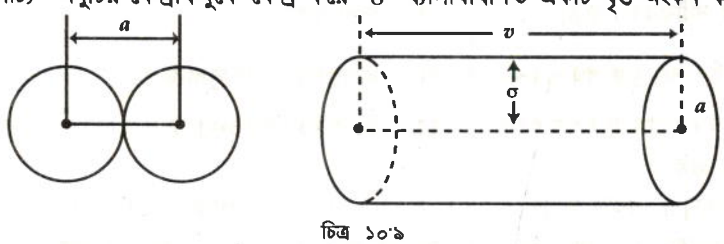
বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস (Clausius) গড় মুক্ত পথের গাণিতিক রাশিমালা বের করেন। উক্ত রাশিমালা নির্ণয় করতে গিয়ে তিনি এই স্বীকার্য গ্রহণ করেন যে, একটি মাত্র অণু ছুটছে এবং বাকি অণুসমূহ স্থিরাবস্থায় আছে।

জানার বিষয় : ১। ব্রাউনীয় গতিসূত্রের আবিষ্কারক আইনস্টাইন।

২। বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস গড় মুক্ত পথ নির্ণয়ে একটি মাত্র অণু বিবেচনা করেন আর অন্য অণুগুলো স্থির ধরে নেন।

১০.১৬ অণুর ব্যাস এবং গড় মুক্ত পথের মধ্যে সম্পর্ক
Relation between the diameter of a molecule and mean free path

মনে করি প্রতি একক আয়তনে n সংখ্যক অণু আছে এবং প্রতিটি অণুর ব্যাস σ। আরও মনে করি একটি অণু v বেগে ছুটছে। আলোচ্য অণুটির কেন্দ্রবিন্দুকে কেন্দ্র করে 'σ' ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অংকন করি। এই বৃত্তের ওপর



চিত্র ১০.৯

v দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি চোঙ বিবেচনা করি [চিত্র ১০.৯]। চোঙটির আয়তন $= \pi\sigma^2 v$। এই চোঙের মধ্যে যেসব অণুর কেন্দ্র থাকবে আলোচ্য অণুটি এক সেকেন্ডে তাদের সাথে ধাক্কা খাবে।

$\therefore$ প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n হলে চোঙটির মধ্যে অণুর সংখ্যা $= \pi\sigma^2 vn$। আলোচ্য অণুটি যদি প্রতি সেকেন্ডে N সংখ্যক অণুর সাথে ধাক্কা খায়, তবে আমরা বলতে পারি প্রতি সেকেন্ডে অণুর ধাক্কার সংখ্যা = N

$\therefore$ দুটি ধাক্কার মধ্যে সময় $= \dfrac{1}{\pi\sigma^2 vn}$ সেকেন্ড

সুতরাং দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব $= \dfrac{1}{\pi\sigma^2 vn} \times v = \dfrac{1}{\pi\sigma^2 n}$

$$\therefore \text{ গড় মুক্ত পথ, } \lambda = \frac{1}{\pi\sigma^2 n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.33)$$

বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস এই রাশিমালাটি প্রতিষ্ঠা করেন। উক্ত রাশিমালা হতে জানা যায় যে, গড় মুক্ত পথ একক আয়তনে অণুর সংখ্যার ব্যস্তানুপাতিক এবং আণবিক ব্যাসের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

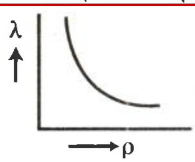
সমীকরণ (10.33)-এর ডানপক্ষের হর ও লবকে m দ্বারা গুণ করে পাই,

$\lambda = \dfrac{m}{\pi a^2 mn} = \dfrac{m}{\pi a^2 \rho}$ [$\because$ mn = একক আয়তনের গ্যাস অণুগুলোর ভর = গ্যাসের ঘনত্ব = ρ]

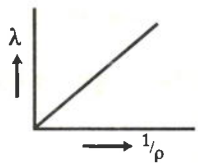
m, π ও a ধ্রুব,

$$\therefore \quad \lambda \propto \frac{1}{\rho}$$

অর্থাৎ, গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক [চিত্র ১০.৯(ক) ও (খ)]।



চিত্র ১০.৯(ক)



চিত্র ১০.৯(খ)

পুনরায় গ্যাসের ঘনত্ব 'ρ' গ্যাসের চাপের সমানুপাতিক এবং তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। যেহেতু $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$, অতএব গড় মুক্ত পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$ এবং $\lambda \propto T$

বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস গড় মুক্ত পথের রাশিমালা প্রতিষ্ঠা করতে স্বীকার্য গ্রহণ করেন যে একটি মাত্র অণু গতিশীল এবং অন্য অণুগুলো স্থির। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে সকল অণুই গতিশীল। **ম্যাক্সওয়েল** তার বেগ বণ্টন সূত্র অবলম্বনে গড় মুক্ত পথের নিম্নোক্ত রাশিমালা নির্ণয় করেন,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.34)$$

গড় মুক্ত পথ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সাধারণত সমীকরণ (10.34) ব্যবহার করা হয়।

আবার বোল্‌জম্যান সকল অণু গতিশীল এবং অণুর গড় বেগ সমান ধরে গড় মুক্ত পথের রাশিমালা নির্ণয় করেন,

$$\lambda = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad [10.34(\text{ক})]$$

১০.১৭ গড় মুক্ত পথের নির্ভরশীলতা
Dependence of mean free path

গড় মুক্ত পথের সমীকরণ (10.33), $\lambda = \dfrac{1}{\pi\sigma^2 n}$ হতে দেখা যাচ্ছে—

(i) $\lambda \propto \frac{1}{n}$। অর্থাৎ **গড় মুক্ত পথ একক আয়তনে অণুর সংখ্যার ব্যস্তানুপাতিক।**

(ii) $\lambda \propto \frac{1}{\sigma^2}$। অর্থাৎ **গড় মুক্ত পথ অণুর ব্যাসের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।** গ্যাস অণুগুলোর ব্যাস যত ছোটো হবে, গড় মুক্ত পথ তত বেশি হবে।

(iii) গ্যাসের ঘনত্ব ρ একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n-এর সমানুপাতিক। কিন্তু গ্যাসের ঘনত্ব গ্যাসের চাপের সমানুপাতিক এবং তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। যেহেতু মুক্ত গড় পথ, $\lambda \propto \frac{1}{n}$, অতএব **মুক্ত গড় পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং তাপমাত্রার সমানুপাতিক।** অর্থাৎ $\lambda \propto \frac{1}{P}$ এবং $\lambda \propto T$.

(iv) শূন্য মাধ্যমে $P = 0$। অতএব গড় মুক্ত পথ $\lambda = \infty$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৪

১। কোনো আধারের 20টি গ্যাস অণুর মধ্যে 6টি গ্যাস অণুর প্রত্যেকের বেগ 4 ms^{-1}, 4টি অণুর প্রত্যেকের বেগ 3 ms^{-1}, 3টি অণুর প্রত্যেকের বেগ 2·5 ms^{-1}, 5টি অণুর প্রত্যেকের বেগ 2 ms^{-1} এবং 2টি অণুর প্রত্যেকের বেগ 1 ms^{-1}। অণুগুলোর গড়বেগ ও গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুযায়ী,

গড় বেগ, $<v> = \dfrac{6\times4+4\times3+3\times2{\cdot}5+5\times2+2\times1}{6+4+3+5+2}$

$= 2{\cdot}775\ ms^{-1}$

ও গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $c = \sqrt{\dfrac{6\times4^2+4\times3^2+3\times2{\cdot}5^2+5\times2^2+2\times1^2}{6+4+3+5+2}}$

$= 2{\cdot}939\ ms^{-1}$

২। প্রতি cm^3-এ অণুর সংখ্যা $1{\cdot}5\times10^{19}$ টি এবং অণুর পারমাণবিক ব্যাসার্ধ $= 2\times10^{-8}$ m হলে, গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [Admission Test : BUET 2015-16; KUET 2017-18 (মান ভিন্ন); 2012-13 (মান ভিন্ন); CUET 2015-16 (মান ভিন্ন); RUET 2014-15 (মান ভিন্ন)]

আমরা জানি,

$\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,\pi a^2 n}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}\,\pi\times(4\times10^{-8})^2\times1{\cdot}5\times10^{25}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}\times3{\cdot}14\times16\times10^{-16}\times1{\cdot}5\times10^{25}}$

$= 9{\cdot}38\times10^{-12}$ m

এখানে,

$n = 1{\cdot}5\times10^{19}\ /cm^3 = 1{\cdot}5\times10^{25}\ /m^3$

$r = 2\times10^{-8}$ m

$a = 2r = 2\times2\times10^{-8}$ m $= 4\times10^{-8}$ m

$\lambda = ?$

৩। যদি অক্সিজেন গ্যাসের STP-তে গড় মুক্ত পথ $9{\cdot}5\times10^{-8}$ m হয়, তবে একটি অণুর পরপর দুটি ধাক্কা খাওয়ার মধ্যে সময়ের অবকাশ কত হবে ? [অক্সিজেনের আণবিক ভর, M = 32 $kgKmol^{-1}$, R = 8314 $JKmol^{-1}K^{-1}$]

ধরা যাক, পরপর দুটি সংঘর্ষের অন্তবর্তী সময় $= t$

$\therefore\ t = \dfrac{\text{গড় দূরত্ব}}{\text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল}}$

$= \dfrac{9{\cdot}5\times10^{-8}}{c}$

এবং $c = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3\times8314\times273}{32}} = 461\ ms^{-1}$

$\therefore\ t = \dfrac{9{\cdot}5\times10^{-8}}{461} = 2{\cdot}06\times10^{-10}$ s

এখানে,

T = 273 K

$\lambda = 9{\cdot}5\times10^{-8}$ m

M = 32 $kgKmol^{-1}$

R = 8134 $JKmol^{-1}K^{-1}$

১০.১৮ শক্তির সমবিভাজন নীতি
Law of equipartition of energy

শক্তির সমবিভাজন নীতি আলোচনার পূর্বে স্বাধীনতার মাত্রা কী জানা দরকার।

১০.১৮.১ স্বাধীনতার মাত্রা
Degrees of freedom

কোনো বস্তুর বা সিস্টেমের গতির যেকোনো মুহূর্তের অবস্থান নির্দেশ করতে কমপক্ষে যতগুলো নিরপেক্ষ স্থানাঙ্কের প্রয়োজন হয় সেই সংখ্যাকে ওই বস্তু বা সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

কোনো সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা = সিস্টেমের উপাদানগুলোর অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে প্রয়োজনীয় মোট স্থানাঙ্কের সংখ্যা এবং উপাদানগুলোর পরস্পরের ভেতর স্বতন্ত্রভাবে যে সম্পর্ক রয়েছে তার অন্তরফলের সমান।

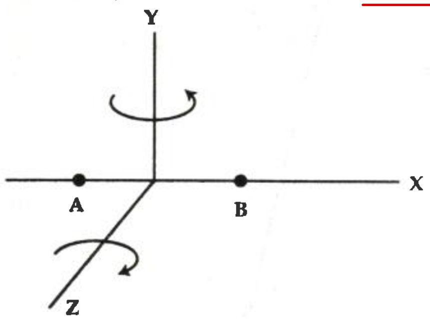
উদাহরণ : অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো পতনশীল বস্তুর প্রারম্ভিক বিন্দুকে যদি মূল বিন্দু এবং নিম্ন অভিমুখকে Z-অক্ষ ধরা হয়, তবে কণাটির যেকোনো মুহূর্তের অবস্থান নির্দেশ করার জন্য শুধুমাত্র Z-স্থানাঙ্কটি উল্লেখ করলেই হয়। সুতরাং, কণাটির স্বাধীনতার মাত্রা 1। সোজা রাস্তা বরাবর গতিশীল একটি গাড়ির স্বাধীনতার মাত্রা 1।

আবার ভূপৃষ্ঠের কোনো বিন্দু থেকে প্রক্ষিপ্ত একটি কণা বা প্রাসের গতি একটি সমতলের ওপর সীমাবদ্ধ থাকে। প্রাসটির প্রক্ষেপ বিন্দুকে মূল বিন্দু এবং অনুভূমিক দিককে X-অক্ষ বরাবর এবং উল্লম্ব দিককে Z-অক্ষ বরাবর ধরা হলে কণা বা প্রাসটির যেকোনো মুহূর্তের অবস্থান নির্দেশ করতে শুধুমাত্র X ও Z স্থানাঙ্ক দুটি উল্লেখ করতে হয়। তাই, এক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা 2।

গতিতত্ত্বের স্বীকার্য অনুসারে প্রতিটি অণুই বিন্দু ভর এবং সম্পূর্ণ এলোমেলোভাবে গতিশীল। এ ধরনের গতির জন্য অণুর যেকোনো সময়ের অবস্থান নির্দেশ করার জন্য তিনটি স্থানাঙ্কের প্রয়োজন হয়। সুতরাং, আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। ঘরের মধ্যে একটি মশার গতির ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা 3।

লক্ষণীয় যে, উপরিউল্লিখিত ক্ষেত্রগুলোতে কণাটির শুধুমাত্র রৈখিক গতি সম্ভব। এ ধরনের স্বাধীনতার মাত্রাকে **রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা** (degrees of freedom of translational motion) বলে। সাধারণত একটি কণার রৈখিক ও ঘূর্ণন উভয় ধরনের গতি থাকে।

একটি দৃঢ় বস্তু বা গোলক তিনটি স্বতন্ত্র অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে সক্ষম। তাই ওই বস্তুর রৈখিক গতির জন্য তিনটি এবং ঘূর্ণন গতির জন্য তিনটি—মোট ছয়টি স্বাধীনতার মাত্রা থাকবে।



চিত্র ১০.১০

পরস্পর থেকে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত দুটি কণা নিয়ে গঠিত কোনো সিস্টেম শুধুমাত্র দুটি অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে [চিত্র ১০.১০]। তাই ঘূর্ণন গতির জন্য ওই সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা দুটি এবং রৈখিক গতির জন্য ওই সংখ্যা তিনটি। তাই সিস্টেমটির মোট স্বাধীনতার মাত্রা পাঁচটি।

চিত্র ১০.১০ এ দুটি কণা A ও B পরস্পরের সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ। তাই এদের মধ্যে দূরত্ব স্থির। X, Y এবং Z-অক্ষ বরাবর গতির জন্য সিস্টেম বা সংস্থাটির রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা তিনটি। কিন্তু কণা দুটি কেবলমাত্র X এবং Y-অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে। তাই ঘূর্ণন গতির জন্য স্বাধীনতার মাত্রা দুটি। সুতরাং ওদের মোট স্বাধীনতার মাত্রা পাঁচটি। লক্ষণীয় যে এখানে গতির ওপর শর্ত বা বাধা হলো কণা দুটির মধ্যে দূরত্বের স্থিরতা।

সাধারণভাবে বলা যায় যে, যদি কোনো গতীয় সংস্থা বা সিস্টেম x-সংখ্যক কণা দ্বারা গঠিত এবং ওই x-সংখ্যক কণা পরস্পরের সাথে y-সংখ্যক নিরপেক্ষ শর্ত বা বাধা দ্বারা সম্পর্কযুক্ত হয়, তা হলে ওই সংস্থা সিস্টেমটির স্বাধীনতার মাত্রার মোট সংখ্যা হবে, $f = (3x - y)$। যদি সিস্টেমের কণাগুলো সম্পূর্ণ স্বাধীনভাবে চলতে পারে, তবে $y = 0$ এবং সেক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রার মোট সংখ্যা হবে $3x$।

যেমন এক পরমাণুবিশিষ্ট গ্যাসের ক্ষেত্রে $x = 1$, তাই এর স্বাধীনতার মাত্রা 3। দ্বিপরমাণু গ্যাসের ক্ষেত্রে $x = 2$। এক্ষেত্রে পরমাণু দুটি পরস্পর থেকে নির্দিষ্ট দূরত্বে আবদ্ধ। তাই এদের স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা $f = 3 \times 2 - 1 = 5$। আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। দ্বিপারমাণবিক গ্যাস অণুর যেমন: অক্সিজেন (O_2), নাইট্রোজেন (N_2), হাইড্রোজেন (H_2) স্বাধীনতার মাত্রা 5। আবার বহু পারমাণবিক যেমন ত্রি-পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে পরমাণু তিনটি অণুর ভেতর দুইভাবে সজ্জিত থাকতে পারে। যেমন ত্রিভুজের তিন কোণে তিনটি বা মাঝখানে একটি, দুপাশে দুটি। প্রথম ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা হবে $(3 \times 3 - 3) = 6$। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা $(3 \times 3 - 2) = 7$।

১০.১৮.২ স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাতের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between degrees of freedom and ratio of two specific heats of a gas

মনে করি, একটি গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা f।

সুতরাং, এক গ্রাম অণু গ্যাসের মোট স্বাধীনতার মাত্রা $= N_A f$। এখানে, N_A হলো অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা (Avogadro number)।

এখন, যেহেতু প্রতি স্বাধীনতা মাত্রায় শক্তির পরিমাণ $\frac{1}{2}KT$, তাই এক গ্রাম অণুর গ্যাসের মোট শক্তি,

$$E = \frac{1}{2}KT\,N_A f = \frac{1}{2}fRT \qquad [\because KN_A = R]$$

আমরা জানি স্থির আয়তনে এক গ্রাম-অণু গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ,

$$C_V = \left(\frac{dE}{dT}\right)_V = \frac{1}{2}fR$$

আবার,

$$C_P - C_V = R$$

বা, $$C_P = C_V + R = \frac{1}{2}fR + R = R\left(\frac{1}{2}f + 1\right)$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\left(\frac{1}{2}f+1\right)R}{\left(\frac{1}{2}f\right)R}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}f+1}{\frac{1}{2}f} = 1 + \frac{2}{f} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.35)$$

এটিই হলো স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাতের মধ্যে সম্পর্ক।

১০.৩৫ সমীকরণে f-এর মান বসিয়ে পাই,

(i) এক পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে, $f = 3$

$$\therefore \quad \gamma = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \boxed{1.67}$$

(ii) দ্বি–পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে, $f = 5$

$$\therefore \quad \gamma = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5} = \boxed{1.40}$$

(iii) ত্রি–পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে, $f = 6$

$$\therefore \quad \gamma = 1 + \frac{2}{6} = \frac{8}{6} = \boxed{1.33}$$

RMDAC

১০.১৮.৩ শক্তির সমবিভাজন নীতির আলোচনা
Discussion on law of equipartition of energy

কোনো পদার্থের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং যেকোনো একটি অণুর প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার সাথে সংশ্লিষ্ট গতিশক্তির মান $= \frac{1}{2}$KT। এটিই শক্তির সমবিভাজন নীতি।

এখন আমরা এই সূত্রটিকে গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করব। আমরা জানি, এক পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। অতএব এই সূত্র অনুযায়ী একটি অণুর গড়শক্তি $= \frac{3}{2}$KT। দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড়শক্তি $= \frac{5}{2}$KT। যেহেতু পরমাণু যুগ্মের রৈখিক গতিশক্তি ও ঘূর্ণন গতিশক্তি বর্তমান থাকে এবং যদি কোনো পরমাণু যুগ্মের কম্পন শক্তিও বর্তমান থাকে, তবে স্বাধীনতার মাত্রা হবে 7 এবং সেক্ষেত্রে অণুটির মোট শক্তি হবে $\frac{7}{2}$KT।

DAT 21-22

প্রমাণ : গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি, তাপীয় সাম্যাবস্থায় তিনটি অক্ষ X, Y ও Z বরাবর কোনো গ্যাস অণুর বেগ c-এর উপাংশগুলোর গড় বর্গমান পরস্পর সমান অর্থাৎ, $u^2 = v^2 = w^2$। এখানে X, Y ও Z-অক্ষ বরাবর অণুটির উপাংশ বেগগুলোর গড়মান যথাক্রমে u, v ও w। কাজেই উপাংশ বেগগুলোর আনুষঙ্গিক মান সমান হবে।

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2$$

কিন্তু, $c^2 = u^2 + v^2 + w^2$ এবং $u^2 = v^2 = w^2$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}mc^2$$

আবার আমরা জানি প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি,

$$\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}KT$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{3}\times\frac{3}{2}KT = \frac{1}{2}KT$$

অতএব, **প্রত্যেক অণুর স্বাধীনতার মাত্রার গড় শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}$KT**

আবার কম্পনরত কণার ক্ষেত্রে, অর্ধেক হলো গতিশক্তি এবং অর্ধেক হলো স্থিতিশক্তি। কাজেই স্বাধীনতার মাত্রা পিছু মোট শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি $= \frac{1}{2}KT + \frac{1}{2}KT = KT$

তা হলে আমরা দেখতে পাই যে, বেগের প্রতিটি উপাংশের সাথে সংশ্লিষ্ট অপসরণ (Translational) গতিশক্তি মোট গতিশক্তির এক-তৃতীয়াংশ। প্রাপ্তব্য মোট শক্তি অণুর শক্তি শোষণের বিভিন্ন নিরপেক্ষ উপায় সমমানে শোষিত অংশের সমষ্টি। অন্য কথায় প্রাপ্তব্য মোট শক্তি বিভিন্ন নিরপেক্ষ শক্তি হিসেবে সমভাবে বিভাজিত হয়।

আবার অণুগুলো সসীম আকৃতিবিশিষ্ট, জ্যামিতিক বিন্দু নয়। কাজেই অণুসমূহের জড়তার ভ্রামক ও ভর রয়েছে। তাই অপসরণ গতির সাথে এদের ঘূর্ণন গতিও রয়েছে। অণুগুলোর আকৃতি পরিপূর্ণভাবে দৃঢ় নয় এবং অন্যান্য অণুর সাথে সংঘর্ষের কারণে এদের মধ্যে স্পন্দন আশা করা যেতে পারে। ফলে এদের স্বাধীনতার মাত্রা আরও বেশি হতে পারে। ম্যাক্সওয়েল-বোলজম্যানের সংখ্যায়নিক বলবিদ্যার সাহায্যে দেখানো যায় যে, কোনো স্বাধীনতা মাত্রার সাথে সংশ্লিষ্ট শক্তি যদি স্বাধীনতা মাত্রা নির্দিষ্টকারী চলরাশির দ্বিঘাত অপেক্ষক হয়, তা হলে সংশ্লিষ্ট শক্তির গড় মান $\frac{1}{2}KT$ এর সমান হবে। মোট শক্তি যদি সকল স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বিভক্ত হয়, তা হলে f স্বাধীনতার মাত্রাসম্পন্ন কোনো অণুর মোট জড়শক্তি $= f \times \frac{1}{2}KT = \frac{f}{2}KT$।

১০.১৯ জলীয় বাষ্প ও বায়ু চাপ
Water vapour and air pressure

বায়ুমণ্ডলে সর্বদা কিছু না কিছু জলীয় বাষ্প বিদ্যমান থাকে। বাষ্পায়ন প্রক্রিয়ায় খাল-বিল, পুকুর, নদী, সমুদ্র প্রভৃতি হতে প্রতিনিয়ত প্রচুর পরিমাণে পানি বাষ্প হয়ে বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। মেঘ, বৃষ্টি, কুয়াশা, শিশির প্রভৃতি নৈসর্গিক ঘটনা হতে প্রমাণিত হয় যে, বায়ুতে প্রচুর পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে।

বিভিন্ন স্থানে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বিভিন্ন। আবার কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে এবং কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে। তা হলে প্রশ্ন জাগে কী কী বিষয়ের ওপর জলীয় বাষ্প নির্ভর করে ? এর জবাবে নিশ্চয় আমরা বলব—

কোনো কোনো স্থানে পানির উৎসের উপস্থিতি, অক্ষাংশ, সমুদ্র পৃষ্ঠ হতে তার অবস্থান প্রভৃতির ওপর বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ভর করে।

কোনো স্থানের আবহাওয়ার ওপর বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের গুরুত্ব অপরিসীম। কোনো কোনো দ্রব্যের সুষ্ঠু উৎপাদন ও গুদামজাতকরণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও তাপমাত্রা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয়ের গুরুত্বও অনেক। কোনো স্থানের জলীয় বাষ্পের চাপ ওই স্থানের জলীয় বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। **জলীয় বাষ্পের পরিমাণ যত বেশি হবে তার চাপও তত বেশি হবে।**

সকল উষ্ণতায় তরল বাষ্পীভূত হয়। তরল থেকে নির্গত বাষ্পও সাধারণ গ্যাসের মতো আধারের গায়ে চাপ প্রয়োগ করে। এই চাপকে তরলের বাষ্প চাপ বলে। এই বাষ্প চাপ ও জলীয় বাষ্প আমাদের দৈনন্দিন জীবন প্রভাবিত করে।

বায়ুতে অণুসমূহ অবিরত ইতস্তত ছুটাছুটি করার ফলে পাত্রের একক ক্ষেত্রফলের ওপর বায়ুর অণুসমূহ যে বল প্রয়োগ করে তাকে বায়ুর চাপ বলে। বহুকাল থেকে গ্যাসের চাপের একক বায়ুচাপ বা বায়ুমণ্ডল বা অ্যাটমস্ফিয়ার (atmosphere) সংক্ষেপে atm ব্যবহৃত হয়ে আসছে।

0°C তাপমাত্রায় 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে যে পরিমাণ বায়ুচাপ 760 mm পারদস্তম্ভের চাপের সমান হয়, তাকে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বা এক বায়ুচাপ (1 atm) বলে। মিমি পারদ বা mm Hg এককেও চাপ প্রকাশ করা হয়।

এস. আই. এককে গ্যাসের চাপকে নিউটন/মিটার² (Nm^{-2}) বা প্যাসকেল (Pa) এককে প্রকাশ করা হয়। প্রতি বর্গমিটারে এক নিউটন বলকে 1 প্যাসকেল (Pascal) বলে।

১০.১৯.১ বাষ্প ও গ্যাস
Vapour and Gas

বাষ্প বলতে আমরা কোনো পদার্থের গ্যাসীয় অবস্থাকে বুঝি যা কক্ষ তাপমাত্রায় তরল বা কঠিন অবস্থায় থাকে। আবার বাষ্পকে শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগ করে তরলে রূপান্তরিত করা যায়। অন্যদিকে কোনো গ্যাস কক্ষ তাপমাত্রায় সর্বদা গ্যাসীয় অবস্থাতেই থাকে, তরল বা কঠিন অবস্থা প্রাপ্ত হয় না। আবার কোনো গ্যাসকে তরলে পরিণত করার জন্য এর ওপর চাপ প্রয়োগের সাথে সাথে তাপমাত্রাও হ্রাস করতে হয়। যেমন অক্সিজেন হলো একটি গ্যাস যা কক্ষ তাপমাত্রাতেও গ্যাসীয় অবস্থায় থাকে। অন্যদিকে জলীয় বাষ্প হচ্ছে বাষ্প যা কক্ষ তাপমাত্রায় পানি বা তরল পদার্থ। প্রত্যেক পদার্থের জন্য সংকট তাপমাত্রা বা ক্রান্তি তাপমাত্রা (Critical temperature) আছে। কোনো বাষ্পের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হলে প্রবল চাপ প্রয়োগ করেও তরলে পরিণত করা যায় না। তাই বলা যায় সকল বাষ্পই সংকট তাপমাত্রার ওপর গ্যাস এবং সংকট তাপমাত্রার নিচে বাষ্প।

১০.১৯.২ সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ
Saturated and unsaturated vapour pressure

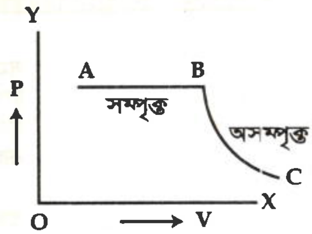
কোনো আবদ্ধ স্থানে তরলের উপরিস্থিত সম্পৃক্ত বাষ্পকে ওই তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্প বলে। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ সর্বোচ্চ চাপ প্রয়োগ করে। কোনো স্থানে তাপমাত্রা কমবেশি হলে ওই স্থানের বাষ্পকণার ধারণ ক্ষমতাও কমবেশি হয়। তবে **নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি আবদ্ধ স্থানের বাষ্পধারণ ক্ষমতা নির্দিষ্ট থাকে; অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে না। এই অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।** অন্যভাবে বলা যায়, **কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বা সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ বলে। সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লস এর সূত্র মানে না।** তাপমাত্রা হ্রাস করে অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

আবার একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে, তা আরও অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ওই বাষ্পকে **অসম্পৃক্ত বাষ্প** বলে। **এই অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মানে।** অন্যভাবে বলা যায়, **কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্পচাপ যদি সর্বোচ্চ বাষ্পচাপের চেয়ে কম হয় তা হলে সেই চাপকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।** তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

"কোনো স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 1.336 mm পারদ"—এই উক্তি দ্বারা বুঝি সংশ্লিষ্ট স্থানে বাষ্প সর্বাধিক 1.336 mm পারদ চাপ প্রয়োগ করবে।

চিত্র ১০.১১ সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ এবং আয়তনের পরিবর্তন দেখান হলো।

লেখচিত্রের BC অংশে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ আয়তনের ব্যস্তানুপাতিক। কাজেই ইহা বয়লের সূত্র মেনে চলে। আবার AB অংশে তরল ও সম্পৃক্ত বাষ্প সহাবস্থান করে। এক্ষেত্রে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হয়ে যাওয়ায় বাষ্পের ভর হ্রাস পায় বলে সম্পৃক্ত বাষ্প আর বয়েলের সূত্র মেনে চলে না।



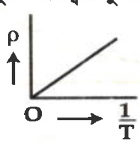
চিত্র ১০.১১

ক্রিয়াকর্ম : বাড়ির বারান্দায় একটি রশির ওপর শীতের দিনে ভেজা কাপড় নেড়ে দাও। আবার ওই একই স্থানে বর্ষার দিনে ওই কাপড়টি শুকাতে দাও। দেখা যাবে শীতকালে কাপড় দ্রুত শুকায়। কাপড় দ্রুত শুকাবার কারণ কী ?

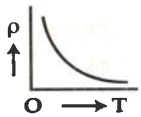
শীতকালের চেয়ে যদিও বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা বেশি থাকে তবু কাপড় শীতকালেই দ্রুত শুকায়। এর কারণ হলো বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে ফলে বাষ্পায়ন কম হয়। আর শীতকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকায় ভেজা কাপড়ের পানির বাষ্পায়ন দ্রুত হয় এবং কাপড় দ্রুত শুকায়।

১০.১৯.৩ জলীয় বাষ্পের সাথে বায়ুর চাপের সম্পর্ক
Relation between water vapour and air pressure

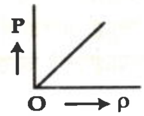
আমরা জানি বায়ুতে জলীয় বাষ্প থাকলে বা বায়ু আর্দ্র থাকলে এর ঘনত্বেরও পরিবর্তন হয়। আর্দ্র বায়ু বা জলীয় বাষ্পপূর্ণ বায়ুর ঘনত্ব শুষ্ক বায়ুর ঘনত্বের তুলনায় কম অর্থাৎ বায়ুতে জলীয় বাষ্প যত বেড়ে যায় এর ঘনত্বও তত কমে যায়।



চিত্র ১০.১২(ক)



চিত্র ১০.১২(খ)



চিত্র ১০.১২(গ)

মনে করি m ভরবিশিষ্ট কোনো বায়ুর P_1 চাপে এবং T_1K তাপমাত্রায় যদি আয়তন V_1 এবং ঘনত্ব ρ_1 হয় এবং ওই গ্যাসের P_2 চাপে এবং T_2K তাপমাত্রায় আয়তন V_2 এবং ঘনত্ব ρ_2 হয় তা হলে,

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \quad \text{বা,} \quad V_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad \text{এবং} \quad \rho_2 = \frac{m}{V_2} \quad \text{বা,} \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

এখন $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ সম্পর্কে V_1 এবং V_2 এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{P_1m}{\rho_1T_1} = \frac{P_2m}{\rho_2T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{P_1}{\rho_1T_1} = \frac{P_2}{\rho_2T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{\rho_1T_1}{P_1} = \frac{\rho_2T_2}{P_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.36)$$

অর্থাৎ চাপ ধ্রুব থাকলে $P_1 = P_2$ হয়, সেক্ষেত্রে $\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2$ = ধ্রুবক হয়।

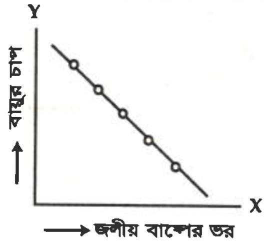
বা, ρT = ধ্রুবক বা $\rho \propto \frac{1}{T}$ হয়। এই সম্পর্ক T তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ ও জলীয় বাষ্পের ঘনত্বের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। উপরের ১০.১২(ক) ও ১০.১২(খ) লেখচিত্রে ρ—T-এর পরিবর্তন দেখানো হলো। যদি তাপমাত্রা স্থির থাকে অর্থাৎ $T_1 = T_2$ হয় তবে (10.35) নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{\rho_1}{P_1} = \frac{\rho_2}{P_2}$ = ধ্রুবক

বা, $\frac{\rho}{P}$ = ধ্রুবক ... ... (10.37)

$\therefore$ $\boxed{\rho \propto P}$ এই সম্পর্ক T তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ ও জলীয় বাষ্পের ঘনত্বের সম্পর্ক নির্দেশ করে।

ঘনত্বের সাথে তাপমাত্রা ও চাপের সম্পর্ক ১০.১২(গ) লেখচিত্রে দেখানো হলো।

নিজে কর : একটি গ্রাফ কাগজে জলীয় বাষ্প বৃদ্ধি ও হ্রাসের সাথে বায়ুর চাপের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ব্যাখ্যা কর। লেখচিত্রটি চিত্র ১০.১৩ এ দেখানো হলো।



চিত্র ১০.১৩

সমীকরণ (10.37) অনুযায়ী স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব তার চাপের সমানুপাতিক। অর্থাৎ বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেড়ে গেলে বায়ুর ঘনত্ব কমে এবং বায়ুর চাপও কমে যায়। আবার বিপরীতক্রমে বলা যায় বায়ুতে জলীয় বাষ্প কমে গেলে বায়ুর ঘনত্ব বেড়ে যায় এবং বায়ুর চাপও বেড়ে যায়। বায়ুর চাপ বনাম জলীয় বাষ্পের ভর-এর সম্পর্ক লেখচিত্রে দেখানো হলো।

বায়ুতে কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারা এবং না পারার ওপর বাষ্পচাপের প্রকৃতি দুই ধরনের—

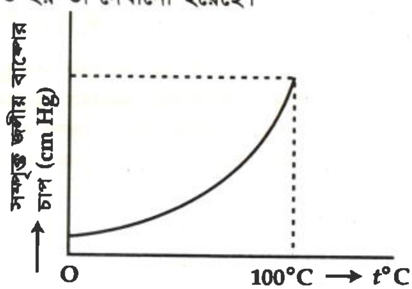
(১) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও

(২) অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ।

১০.১৯.৪ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও তাপমাত্রার সম্পর্ক
Relation between saturated vapour pressure and temperature

কোনো তরলের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা বাড়লে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায়। চিত্র ১০.১৪ এ তাপমাত্রার সাথে জলীয় বাষ্পচাপ কীভাবে অপরিবর্তিত হয় তা দেখানো হয়েছে।

চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে 0° C তাপমাত্রায় জলীয় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ শূন্য হয় না। এ চাপ প্রায় 0.40 cmHg। 100° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ 76 cm পারদ স্তম্ভের সমান। অর্থাৎ প্রথম বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বিশুদ্ধ পানি 100° C তাপমাত্রায় ফোটে। উল্লেখ্য যে, যে তাপমাত্রায় তরলের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ তরলের উপরিস্থিত চাপের সমান সেই তাপমাত্রাতেই তরলের স্ফুটন শুরু হয়।



চিত্র ১০.১৪

১০.১৯.৫ সম্পৃক্ত বাষ্পের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of saturated vapour

১। কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে যখন সর্বাধিক পরিমাণ বাষ্প ধারণ করে তখন ওই বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে। সম্পৃক্ত বাষ্প সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ করে।

২। এটি একটি আবদ্ধ স্থানে তৈরি করা যায়।

৩। যদি কোনো আবদ্ধ স্থানে তরল পদার্থের সংস্পর্শে কিছু বাষ্প থাকে তবে বুঝতে হবে যে, ওই বাষ্প সম্পৃক্ত বাষ্প।

৪। সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চার্লসের সূত্র মানে না।

৫। সম্পৃক্ত বাষ্পের সংস্পর্শে যথেষ্ট তরল পদার্থ না থাকলে স্থির তাপমাত্রায় ওই বাষ্পের আয়তন বৃদ্ধি করলে, তরল পদার্থ বাষ্পীভূত হবার পর ওই স্থান বাষ্প অসম্পৃক্ত হবে।

৬। সম্পৃক্ত বাষ্প তরলের সাম্যাবস্থানে থাকে।

৭। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

১০.১৯.৬ অসম্পৃক্ত বাষ্পের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of unsaturated vapour

১। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে তা আরও অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ওই বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে। এই চাপ সম্পৃক্ত চাপের চেয়ে কম হয়।

২। এটি আবদ্ধ বা খোলা যেকোনো স্থানে তৈরি হতে পারে।

৩। কোনো আবদ্ধ স্থানে যদি কিছু বাষ্প থাকে কিন্তু কোনো তরল পদার্থ না থাকে তবে ওই বাষ্প অসম্পৃক্ত বা সদ্য সম্পৃক্ত হতে পারে । এই স্থানের আয়তন সামান্য কমালে যদি কিছু বাষ্প তরলে পরিণত হয় তবে ওই বাষ্প সদ্য সম্পৃক্ত—অন্যথায় অসম্পৃক্ত।

৪। অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চার্লসের সূত্র মেনে চলে।

৫। একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পের তাপমাত্রা স্থির রেখে তার আয়তন ক্রমাগত কমাতে থাকলে এক সময় ওই স্থান বাষ্প সম্পৃক্ত হবে।

৬। তাপমাত্রা কমিয়ে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

সারণি ১০.১ : তাপমাত্রার সাথে বাষ্পচাপের পরিবর্তন

তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)	তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)
0	4.58	28	28.35
2	5.29	30	31.83
4	6.10	32	35.66
6	7.01	34	39.90
8	8.05	36	44.42
10	9.21	38	49.58
12	10.52	40	55.32
14	11.99	50	92.51
16	13.63	60	149.38
18	15.48	70	233.70
20	17.54	80	355.10
22	19.83	90	525.75
24	22.38	100	760.00
26	25.21		

MAT 24-25

MAT 20-21

১০.২০ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা
Dew point and relative humidity

১০.২০.১ শিশিরাঙ্ক
Dew point

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে। বায়ুর জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বেড়ে যায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে কমে যায়। বায়ু যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধরে রাখতে পারে সাধারণ বায়ুতে তার চেয়ে কম জলীয় বাষ্প থাকে বলে সাধারণ বায়ু জলীয় বাষ্পে অসম্পৃক্ত থাকে এবং অসম্পৃক্ত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ অপেক্ষা সম্পৃক্ত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ বেশি হয়। কিন্তু বায়ুর তাপমাত্রা যদি ক্রমশ কমতে থাকে তবে তার জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা কমে যায় এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর মধ্যে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা দ্বারা উক্ত বায়ু সম্পৃক্ত অবস্থা ধারণ করে। এ অবস্থায় তাপমাত্রা আর একটু কমলে কিছু জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুতে পরিণত হয়। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। এখন আমরা দেখব শিশিরাঙ্ক বলতে কী বুঝায় ?

MAT 20-21

সংজ্ঞা : যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ওই বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। অথবা, যে তাপমাত্রায় শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

"কোনো স্থানের বায়ুর শিশিরাঙ্ক 15°C"—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, 15°C তাপমাত্রায় ওই স্থানের বায়ু তার মধ্যস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে। অথবা 15°C তাপমাত্রায় ওই স্থানে শিশির গঠিত বা অদৃশ্য হতে শুরু করবে।

বায়ুর তাপমাত্রায় কোনো একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প উপস্থিত থাকে শিশিরাঙ্কে ওই একই পরিমাণ জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত অবস্থা ধারণ করে। ডালটনের সূত্র অনুসারে এই সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ বায়ুর ওপর নির্ভর করে না। সুতরাং **বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের সমান হবে।**

পরীক্ষণ : শিশিরাঙ্কের মান নির্ণয় করার জন্য বায়ুর মধ্যে একটি উজ্জ্বল ধাতব পৃষ্ঠকে ধীরে ধীরে ঠান্ডা করা হয়। শিশির জমতে শুরু করার সঙ্গে সঙ্গে ধাতব পৃষ্ঠটির ঔজ্জ্বল্য নষ্ট হয়ে যায়। এই সময় এর উষ্ণতার পাঠ লিখে রাখ। এখন ধাতব পৃষ্ঠটিকে ধীরে ধীরে উত্তপ্ত করলে এর উপরের জমা শিশির এক সময় মিলিয়ে যাবে তখন আবার এর উষ্ণতার পাঠ লিখে রাখ।

দুটি পাঠের গড় নিলে শিশিরাঙ্কের মান পাওয়া যায়।

১০.২০.২ আর্দ্রতা কী
What is humidity

আর্দ্রতা কী সে সম্পর্কে আমাদের একটা স্পষ্ট ধারণা থাকা দরকার। বায়ু কতখানি শুষ্ক বা ভিজা তা নির্দেশ করতে 'আর্দ্রতা' শব্দটি ব্যবহৃত হয়। অনেক সময় শীতকালের বায়ু শুষ্ক ও গ্রীষ্মকালের বায়ু আর্দ্র বলা হয়। এটি দ্বারা শীতকালের তুলনায় গ্রীষ্মকালের বায়ুতে অধিক পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এটিই বুঝানো হয়। বায়ুর আর্দ্রতা দুভাবে প্রকাশ করা হয়। যথা—পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা।

১০.২০.৩ পরম আর্দ্রতা
Absolute humidity

কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ওই বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে। সাধারণত এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা বায়ুর পরম আর্দ্রতা নির্দেশ করে।

"বায়ুর পরম আর্দ্রতা 10^{-2} kg-m^{-3}"—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে 10^{-2} kg জলীয় বাষ্প বিদ্যমান আছে।

১০.২০.৪ আপেক্ষিক আর্দ্রতা
Relative humidity

কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ওই তাপমাত্রায় ওই আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে। এই অনুপাত দ্বারা বায়ু কতখানি ভিজা বা শুষ্ক তা নির্দেশ করা হয়। একে সাধারণত R দ্বারা ব্যক্ত করা হয়।

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{ওই তাপমাত্রায় উক্ত আয়তনের ওই বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

তাপমাত্রা t°C এবং আয়তন V হলে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t^\circ\text{C তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{t^\circ\text{C তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

কিন্তু স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর তার বাষ্পচাপের সমানুপাতিক।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t^\circ\text{C তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{t^\circ\text{C-এ V আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

আবার যেকোনো তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ = শিশিরাঙ্কে উক্ত বায়ুর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

সাধারণত আপেক্ষিক আর্দ্রতা শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা হয়।

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা R দ্বারা, শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ f দ্বারা এবং বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ F দ্বারা নির্দেশ করলে,

$$\boxed{R = \frac{f}{F} \times 100\%} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.38)$$

"বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%"—এর দ্বারা বুঝা যায় যে,

(i) বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের ওই বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 60 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে।

(ii) বায়ুর তাপমাত্রায় ওই বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ অর্থাৎ $\frac{3}{5}$ অংশ।

(iii) ওই বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ।

নিজে কর : কোনো ঘরের মধ্যে পানি ছিটাও তাতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে যাবে। কিন্তু দেখবে তাপমাত্রা একই থাকবে। আবার আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও শিশিরাঙ্ক বেড়ে যাবে। এর কারণ কী ?

ঘরের ভেতর পানি ছিটালে ঘরের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে যায়। কিন্তু ঘরের তাপমাত্রা বা উষ্ণতা একই থাকে বলে ওই উষ্ণতায় ঘরের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর অপরিবর্তিত থাকে। আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞায় অর্থাৎ সমীকরণ (10.38)-এর লব বাড়ে কিন্তু হর একই থাকে। ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বাড়ে। স্পষ্টত শিশিরাঙ্কও বাড়ে।

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রভাব লক্ষণীয় যা আমাদের শারীরিক, মানসিক অবস্থায় প্রভাব ফেলে। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতার গুরুত্ব জানা দরকার।

১০.২০.৫ আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের গুরুত্ব
Importance of determination of relative humidity

(১) কোনো কোনো রোগের জীবাণু শুষ্ক আবহাওয়ায় এবং কোনো কোনো রোগের জীবাণু আর্দ্র আবহাওয়ায় বংশ বৃদ্ধি করে। এই কারণে জনস্বাস্থ্য বিভাগ আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং কোনো কোনো রোগের প্রাদুর্ভাব দেখা দিলে বেতার ও সংবাদপত্রের মাধ্যমে তা ঘোষণা করে।

(২) মানুষের মেজাজ, স্বাস্থ্য, কর্মোদ্যম অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার ওপর নির্ভরশীল। যেসব আবদ্ধ স্থানে অধিক লোক সমাগম হয় সেখানকার বায়ু কিছুক্ষণের মধ্যে দূষিত ও আর্দ্র হয়ে পড়ে। এজন্য আধুনিক সিনেমা হল, অডিটরিয়াম, বড়ো বড়ো অফিস ইত্যাদিতে শীতাতপ নিয়ন্ত্রণের প্রচলন দেখা যায়।

(৩) কোনো কোনো বস্তু যেমন: আলু, তামাক, কাঠ, পেঁয়াজ, রসুন প্রভৃতি শুষ্ক আবহাওয়ায় ভালো থাকে। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা আবশ্যক।

(৪) আবার বৈদ্যুতিক, ইলেকট্রনিক প্রভৃতি যন্ত্রপাতির স্টোরে ও কারখানায় একটি নির্দিষ্ট আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রয়োজন হয়। এই কারণে এসব ক্ষেত্রে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে রাখা বিশেষভাবে প্রয়োজন। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা অপরিহার্য।

(৫) কোনো স্থানের আবহাওয়া বহুলাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয়। তাই আবহাওয়া অফিস আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং বেতার ও সংবাদপত্রে আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রদান করে।

(৬) সিগারেট, পশম, কার্পাস প্রভৃতি শিল্পের কতকগুলো বিশেষ রাসায়নিক প্রক্রিয়ার সহায়তার জন্য বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে এসব কল-কারখানা বিশেষ বিশেষ অঞ্চলে স্থাপিত হয়।

(৭) নিরাপদ বিমান চালনার জন্য বিমান চালককে আর্দ্র বায়ুর অঞ্চল এড়িয়ে যেতে হয়। এই কারণে তাকে আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব জানার প্রয়োজন হয়।

১০.২০.৬ আর্দ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা
Some real events relating hygrometry

নিচে আদ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা আলোচনা করা হলো যা আমাদেরকে প্রভাবিত করে।

~~ক.~~ মেঘাচ্ছন্ন রাত্রি অপেক্ষা মেঘশূন্য রাত্রি শিশির জমার জন্যে সহায়ক।

আমরা জানি নদী-নালা, খালবিল, সাগর-সমুদ্র, জলাশয় ইত্যাদি হতে পানি সব সময় বাষ্পায়নের ফলে জলীয় বাষ্পে পরিণত হয় এবং বায়ুমণ্ডলে মিশে যায়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূপৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয়

বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাত্রিতে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে।

কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদার্থ বলে ভূপৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত কারণে তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূপৃষ্ঠ ঠান্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

খ. বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়। [DAT 21-22]

বর্ষার দিনে বায়ুমণ্ডল জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত থাকে। ফলে বাতাস অধিক পরিমাণে জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে না। শীতকালের বাতাস শুকনা থাকে। শুকনা বাতাস জলীয় বাষ্পহীন। এই বাতাস ভিজা কাপড় থেকে দ্রুত জলীয় বাষ্প শোষণ করে নিয়ে সম্পৃক্ত হতে চায়। ফলে শীতের দিনে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

গ. গরমের দিনে কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।

গরমের দিনে কুকুরের শরীর উত্তপ্ত থাকে এবং কুকুর অস্বস্তিবোধ করে। কিন্তু কুকুরের জিহ্বার ওপর এক প্রকার লালা থাকে। সেই লালা কুকুরের শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ত তাপ শোষণ করে এবং কুকুরের শরীর ঠান্ডা হয়। কুকুর স্বস্তি অনুভব করে। সেজন্য কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।

ঘ. ঘর্মাক্ত দেহে পাখার বাতাস লাগলে আরাম অনুভূত হয়।

ঘর্মাক্ত দেহ খুবই অস্বস্তিকর। শরীরের ঘাম শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ত তাপ গ্রহণ করে বাষ্প হয়ে উবে যায়। পাখার বাতাস সেই গরম বাষ্পকে দূরীভূত করে। ফলে শরীর ঠান্ডা হয় এবং আরাম অনুভূত হয়।

ঙ. শীতকালে শরীরে ও ঠোঁটে-মুখে পমেট বা গ্লিসারিন লাগান হয়।

শীতকালে বাতাসে জলীয় বাষ্প থাকে না বললেই চলে। ফলে বাতাস জলীয় বাষ্প গ্রহণ করে সম্পৃক্ত হতে চায়। শরীরের ঠোঁট-মুখ অত্যন্ত নরম। বাতাস শরীরের সেই অনাবৃত নরম স্থান থেকে জলীয় বাষ্প শোষণ করে নেয়। ফলে ঠোঁট ও মুখের চামড়া শুকনা হয়ে চড়চড় করে এবং ফেটে যায়, সেজন্য পমেট বা গ্লিসারিন লাগিয়ে চামড়াকে ভেজা রাখা হয়।

১০.২০.৭ শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার সম্পর্ক
Relation between dew point and relative humidity

শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা থেকে আমরা আগেই জেনেছি যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাই হলো শিশিরাঙ্ক। অর্থাৎ জলীয় বাষ্প দ্বারা শিশিরাঙ্কে ওই স্থানের বায়ু সম্পৃক্ত হয়।

অপরদিকে বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের চেয়ে বায়ুমণ্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা (অর্থাৎ বায়ুমণ্ডল কতখানি শুষ্ক বা ভেজা) কতখানি তার দ্বারা আপেক্ষিক আর্দ্রতা পরিমাপ করা হয়।

গ্লেইসার-এর উপপাদ্যের সাহায্যে শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারি। মনে করি কোনো স্থানের তাপমাত্রা θ_1 এবং ওই একই স্থানে থার্মোমিটারের বাল্ব সিক্তাবস্থায় তাপমাত্রা θ_2, এবং ওই সময়ের শিশিরাঙ্ক θ, তাহলে গ্লেসিয়ারের নিম্নোক্ত সূত্রানুসারে শিশিরাঙ্ক (θ) নির্ণয় করা যায়।

$$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.39)$$

বা, $-\theta = -\theta_1 + G(\theta_1 - \theta_2)$

বা, $$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.40)$$

এখানে $G = \theta_1$°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক বা ধ্রুবক (সারণি ১০.২)।

রেনোর তালিকা থেকে শিশিরাঙ্ক θ°C তাপমাত্রায় প্রাপ্ত সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ $= f$ (সারণি ১০.৩)

আবার বায়ুর তাপমাত্রা θ_1°C তাপমাত্রায় প্রাপ্ত সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = F (সারণি ১০.৩)

সংজ্ঞানুযায়ী আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \dfrac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}$

$\therefore \quad R = \dfrac{f}{F}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে শতকরা হিসাবে প্রকাশ করলে

$$\boxed{R = \frac{f}{F} \times 100\%} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10.41)$$

ইহাই শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক।

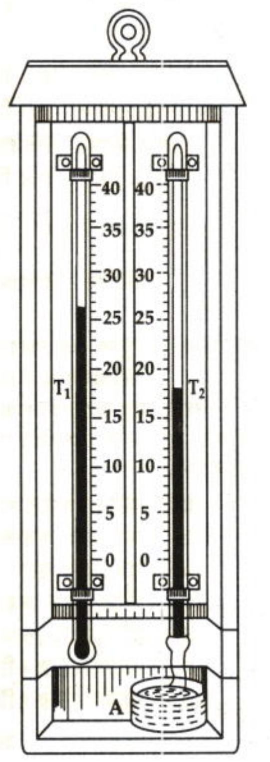
১০·২১ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়
Determination of dewpoint and relative humidity

বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতামান যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার (hygrometer) বলে। এখানে, hygro = wet এবং metron = measurement। আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের কার্যপ্রণালির উপর ভিত্তি করে এদেরকে চারটি শ্রেণিতে ভাগ করা যায়। যথা—(১) সিক্ত ও শুষ্ক বলের আর্দ্রতামাপক যন্ত্র, (২) শিশিরাঙ্ক আর্দ্রতামাপক যন্ত্র, (৩) রাসায়নিক আর্দ্রতামাপক যন্ত্র, (৪) কেশ আর্দ্রতামাপক যন্ত্র।

এই অধ্যায়ে আমরা আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটারের গঠন ও কার্যপদ্ধতি আলোচনা করব।

আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার : এটি সরল হাইগ্রোমিটার। সাধারণত আবহাওয়া অফিস ও শিল্প প্রতিষ্ঠানে এই প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হয়। এর সাহায্যে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্বন্ধে দ্রুত মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায়। এ ছাড়া এই যন্ত্রে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ভুলভাবে পরিমাপও করা যায়।

পানির বাষ্পীভবনের হার বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ওপর নির্ভরশীল—এই তথ্যের ওপর এই হাইগ্রোমিটারের কার্যপ্রণালি প্রতিষ্ঠিত। ১০·১৫নং চিত্রে একটি আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটারের প্রয়োজনীয় ব্যবস্থাপনা দেখানো হয়েছে।



চিত্র ১০·১৫

যন্ত্রের বর্ণনা : এই যন্ত্রে দুটি একই প্রকার সাধারণ থার্মোমিটার T_1 ও T_2 একটি ফ্রেমে পাশাপাশি খাড়াভাবে আবদ্ধ থাকে। T_1 থার্মোমিটারের বাল্ব স্বাভাবিক অবস্থায় এবং T_2 থার্মোমিটারের বাল্ব এক টুকরা পরিষ্কার মসলিন কাপড়ে জড়িয়ে কাপড়ের অপর প্রান্ত সলিতার মতো পাকানো অবস্থায় নিচের পাত্র A-এর পানিতে ডুবিয়ে রাখা হয়। কাপড় পাত্রের পানি শোষণ করে T_2 থার্মোমিটারের বালবকে সিক্ত রাখে। এই কারণে T_1 বাল্‌বকে শুষ্ক বাল্‌ব এবং T_2 বাল্‌বকে আর্দ্র বাল্‌ব বলা যায়।

ক্রিয়া : T_2 থার্মোমিটারের বাল্‌ব সিক্ত মসলিন কাপড়ে আবৃত থাকায় ওই বাল্‌ব হতে প্রয়োজনীয় তাপ সংগ্রহ করে পানি বাষ্পীভূত হবে এবং বাল্‌বের তাপমাত্রা ক্রমশ হ্রাস পাবে। ফলে বায়ুর তাপমাত্রা নির্দেশক T_1 থার্মোমিটারের পাঠ হতে T_2 থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য ক্রমশ বৃদ্ধি পাবে। এক্ষেত্রে তিনটি ঘটনা লক্ষ করা যায়।

(১) বায়ু যত বেশি শুষ্ক হবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত কম হবে বাষ্পায়ন তত দ্রুত হবে এবং T_1 ও T_2 থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত বেশি হবে।

(২) আবার বায়ুতে যত বেশি জলীয় বাষ্প থাকবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত বেশি হবে, বাষ্পায়নের হার হ্রাস তত পাবে এবং সাথে সাথে T_1 ও T_2 থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত কম হবে।

(৩) বায়ুমণ্ডল জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা সবচেয়ে বেশি হয়। ফলে বাষ্পায়ন হয় না। এই অবস্থায় T_1 ও T_2 থার্মোমিটারের পাঠ সমান হয়।

সুতরাং দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য হতে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্বন্ধে একটি মোটামুটি ধারণা পাওয়া যাবে। কোনো সময় শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা t_1°C ও আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রা t_2°C হলে নিম্নলিখিত উপায়ে ওই সময়ের বায়ুর শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যাবে।

গ্লেইসারের সমীকরণের সাহায্যে শিশিরাঙ্ক নির্ণয়

গ্লেইসারের সমীকরণ অনুসারে,

$$\boxed{t_1 = t + G(t_1 - t_2)} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (10.42)$$

এখানে, G = শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রায় গ্লেইসার-এর রাশি এবং t°C = বায়ুর শিশিরাঙ্ক।

শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রায় গ্লেইসারের রাশি G-এর মান জেনে ওপরের সমীকরণের সাহায্যে বায়ুর শিশিরাঙ্ক t°C জানা যাবে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা : ধরা যাক রেনোর বাষ্প চাপের তালিকায় t°C ও t_1°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে f ও F mm পারদ।

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

রেনোর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের তালিকাটি শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা t_1°C এবং শুষ্ক এবং আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রার পার্থক্য $(t_1 - t_2)$°C-এর সাপেক্ষে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ নির্দেশ করে প্রস্তুত করা হয়েছে। তালিকার ব্যবহার বিধি নিম্নের উদাহরণ হতে পরিষ্কার বুঝা যাবে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় : আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা ও সারণি (১০.৩) অনুসারে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t_1°\text{C-এর একই সমতায় } (t_1 - t_2)°\text{C চিহ্নিত সারিতে নির্দেশিত চাপ}}{t_1°\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100\%$$

ধরা যাক কোনো এক সময় শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 18°C ও 15°C; তালিকা অনুসারে 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় দ্বিতীয় সারিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 15·5 মিমি. পারদ।

আবার দুই থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য = (18 — 15)°C = 3°C

তালিকায় 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় 3°C পার্থক্য চিহ্নিত সারিতে চাপ = 11·3 মিমি. পারদ = শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{11·3}{15·5} \times 100\% = 72·9\%$

শিশিরাঙ্ক নির্ণয় : যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11·3 মিমি. পারদ সেই তাপমাত্রাই নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক।

তালিকা অনুসারে 13°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11·2 মিমি. পারদ; 14°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 12·0 মিমি. পারদ।

সুতরাং নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক 13°C ও 14°C-এর মাঝে হবে।

12·0 — 11·2 = 0·8 মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি = (14 — 13)°C = 1°C

11·3 — 11·2 = 0·1 মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি $= 1 \times \left(\frac{0·1}{0·8}\right)°C = 0·125°C$

∴ নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক, t = 13°C + 0·125°C = 13·125°C

১০·২২ শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্‌ব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস
Weather forecast by wet and dry bulb hygrometer

আর্দ্র বায়ু অপেক্ষা শুষ্ক বায়ুতে পানি দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। আবার বাষ্পায়ন যত বেশি হয় আর্দ্র বাল্‌ব থার্মোমিটারের পাঠ তত হ্রাস পায়। সুতরাং আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্‌ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য লক্ষ করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেয়া যায়।

থার্মোমিটার দুইটির পাঠের পার্থক্য—

(১) **কম হলে পূর্বাভাসে আর্দ্র আবহাওয়া উল্লেখ করা যায়।**
(২) **খুব বেশি হলে পূর্বাভাসে বলা যায় যে, আবহাওয়া শুষ্ক।**
(৩) **ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বলা যায় যে, বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।**
(৪) **হঠাৎ হ্রাস পেলে পূর্বাভাসে ঝড় হতে পারে উল্লেখ করা যায়।**
(৫) **থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য হঠাৎ বেড়ে গেলে খরা হবার সম্ভাবনা থাকে।**
(৬) **থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য শূন্য হলে বায়ু ঐ স্থানের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে।**

সারণি ১০·২ : বিভিন্ন তাপমাত্রায় গ্লেইসারের রাশির মান

শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেইসারের রাশি G	শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেইসারের রাশি G	শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেইসারের রাশি G
4	7·82	16	1·87	28	1·67
5	7·28	17	1·85	29	1·66
6	6·62	18	1·83	30	1·65
7	5·77	19	1·81	31	1·64
8	4·92	20	1·79	32	1·63
9	4·04	21	1·77	33	1·62
10	2·06	22	1·75	34	1·61
11	2·02	23	1·74	35	1·60
12	1·99	24	1·72	36	1·59
13	1·95	25	1·70	37	1·58
14	1·92	26	1·69		
15	1·90	27	1·68		

সারণি ১০.৩ : রেনোর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের তালিকা

t_1°C	$(t_1 - t_2)$°C										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	4·6	3·7	2·9	2·1	1·3						
1	4·9	4·1	3·2	2·4	1·6	0·8					
2	5·3	4·4	3·6	2·7	1·9	1·1	0·3				
3	5·7	4·8	3·9	3·1	2·2	1·4	0·6				
4	6·1	5·2	4·3	3·4	2·6	1·7	0·9	0·1			
5	6·5	5·6	4·7	3·8	2·9	2·1	1·2	0·4			
6	7·0	6·0	5·1	4·2	3·3	2·4	1·6	0·7			
7	7·5	6·5	5·5	4·6	3·7	2·8	1·9	1·1	0·2		
8	8·1	7·0	6·0	5·0	4·1	3·2	2·3	1·4	0·6		
9	8·6	7·5	6·5	5·5	4·5	3·6	2·7	1·8	0·9	0·1	
10	9·2	8·1	7·0	6·0	5·0	4·0	3·1	2·2	1·3	0·4	
11	9·9	8·7	7·6	6·5	5·5	4·5	3·5	2·6	1·7	0·8	
12	10·5	9·3	8·2	7·1	6·0	5·0	4·0	3·0	2·1	1·2	0·3
13	11·2	10·0	8·8	7·7	6·6	5·5	4·5	3·5	2·5	1·6	0·7
14	12·0	10·7	9·5	8·3	7·2	6·1	5·0	4·0	3·0	2·0	1·1
15	12·8	11·5	10·2	9·0	7·8	6·7	5·6	4·5	3·5	2·5	1·5
16	13·6	12·3	11·0	9·7	8·5	7·3	6·2	5·1	4·0	3·0	2·0
17	14·5	13·1	11·8	10·5	9·2	8·0	6·8	5·7	4·6	3·5	2·5
18	15·5	14·0	12·6	11·3	10·0	8·7	7·5	6·3	5·2	4·1	3·0
19	16·5	15·0	13·5	12·1	10·8	9·4	8·2	7·0	5·8	4·6	3·5
20	17·7	16·0	14·5	13·0	11·6	10·2	8·9	7·7	6·5	5·3	4·1

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৫

১। কোনো একটি আবদ্ধ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 15°C ও শিশিরাঙ্ক 8°C। তাপমাত্রা কমে 10°C হলে পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ ও শিশিরাঙ্ক কত হবে ? [7°C ও 8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7·5 \times 10^{-3}$ m ও $8·1 \times 10^{-3}$ m পারদ।]

মনে করি 10°C ও 15°C তাপমাত্রায় ওই স্থানের অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে P_1 ও P_2। তা হলে শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা অনুসারে, P_2 = 15°C তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 8·1 \times 10^{-3}$ m পারদ।

আবার স্থানটি আবদ্ধ বলে বায়ুর আয়তন নির্দিষ্ট। কাজেই চাপের সূত্র অনুসারে আমরা পাই,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{273 + 10}{273 + 15} = \frac{283}{288}$$

$\therefore$ পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ, $P_1 = \frac{283}{288} \times P_2 = \frac{283}{288} \times 8·1 \times 10^{-3}$ m পারদ $= 7·96 \times 10^{-3}$ m পারদ

মনে করি পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক = t°C

$\therefore$ t°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ $= 7·96 \times 10^{-3}$ m পারদ

এখন প্রদত্ত রাশিগুলো হতে দেখা যাচ্ছে যে, $(8·1 - 7·5) \times 10^{-3}$ m পারদ $= 6 \times 10^{-4}$ m পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি = (8 — 7)°C = 1°C

$(7·96 - 7·5) \times 10^{-3}$ m পারদ $= 0·46 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি $= \frac{1}{0·6} \times 0·46 =$ 0·766°C

$\therefore$ পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক = (7 + 0·766)°C = 7·766°C

২। কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 20·4°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 20°C, 22°C এবং 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17·54, 19·83 এবং 25·21 mm পারদ চাপ।

[য. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন), ২০০৯; চ. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন), ২০০৬; ব. বো. ২০১০, ২০০৩; সি. বো. ২০০৪; কু. বো. ২০০০]

$(22-20)°C = 2°C$-এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের বৃদ্ধি

$= (19{\cdot}83 - 17{\cdot}54)\ mmHg = 2{\cdot}29\ mmHg$

$\therefore$ $(20{\cdot}4 - 20)°C = 0{\cdot}4°C$-এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$$= \frac{2{\cdot}29 \times 0{\cdot}4}{2}\ mmHg = 0{\cdot}458\ mmHg$$

$\therefore$ শিশিরাঙ্ক 20·4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f = (17{\cdot}54 + 0{\cdot}458)\ mmHg = 17{\cdot}998\ mm\ Hg$

আবার, 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F = 25{\cdot}21\ mmHg$

আমরা জানি আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{17{\cdot}998}{25{\cdot}21} \times 100\% = 71{\cdot}39\%$$

৩। কোনো একদিন সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বাল্বের পাঠ 28°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C-এ গ্লেইসারের উৎপাদক 1·65 এবং 26°C, 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ যথাক্রমে $25{\cdot}25 \times 10^{-3}$ m, $28{\cdot}45 \times 10^{-3}$ m এবং $31{\cdot}85 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ।

[ম. বো. ২০২১ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০১১; রা. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$t_1 = t + G(t_1 - t_2)$

বা, $t = t_1 - G(t_1 - t_2)$

$= 30 - 1{\cdot}65(30 - 28) = 26{\cdot}7°C$

এখানে,

$t_1 = 30°C$

$t_2 = 28°C$

$G = 1{\cdot}65$

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{26{\cdot}7°C \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}{30°C \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}} \times 100\%$$

$$= \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{26{\cdot}37 \times 10^{-3}}{31{\cdot}85 \times 10^{-3}} \times 100\% = 82{\cdot}79\%$$

এখানে,

শিশিরাঙ্ক সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ,

$f = 26{\cdot}37 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ

৪। কোন স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং আপেক্ষিক আদ্রতা 70%। যদি সে স্থানের তাপমাত্রা কমে 18°C হয়, তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাষ্পের কত শতাংশ ঘনীভূত হয়ে তরল পানি হবে ? [26°C এবং 18°C–এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25·21 mm এবং 15·48 mm পারদ স্তম্ভের সমান।] [BUET Admission Test, 2017-18]

$$R = \frac{26°C \text{ তাপমাত্রায় বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের চাপ}}{26°C \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$0{\cdot}7 = \frac{26°C \text{ তাপমাত্রায় বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের চাপ}}{25{\cdot}21}$$

$\therefore$ 26°C তাপমাত্রায় বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের চাপ $= 0{\cdot}7 \times 25{\cdot}21 = 17{\cdot}65\ mm\ Hg$

আবার জলীয় বাষ্পের চাপ জলীয় বাষ্পের ভরের সমানুপাতিক।

$\therefore$ 26°C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর $= 17{\cdot}65 \times Kgm$

এখানে, K সমানুপাতিক ধ্রুবক।

তাপমাত্রা কমে 18°C-এ আসলে কিছু পরিমাণ জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে এবং বায়ু অবশিষ্ট বাষ্প দিয়ে সম্পৃক্ত থাকবে।

18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 15.48$ mm Hg

18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভর = 15.48 K gm

$\therefore$ ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ = (17.65 — 15.48) K gm = 2.17 Kgm

ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের শতকরা পরিমাণ $\frac{2.17 \text{ Kgm}}{17.65 \text{ Kgm}} \times 100\% = 12.65\%$

৫। একটি ঘরের তাপমাত্রা 25°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। ওই সময় বাহিরের তাপমাত্রা 10°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80%। যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেওয়া হয় তবে জলীয় বাষ্প কোনদিকে যাবে? (25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 23.52 mmHg এবং 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 9.22 mmHg)।

ধরা যাক, 25°C তাপমাত্রায় বায়ুতে জলীয় বাষ্প $= x$

সুতরাং, আপেক্ষিক আর্দ্রতা $= \frac{\text{25°C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$

বা, $60\% = \frac{x}{23.52}$ বা, $x = 23.52 \times 60\%$

$\therefore \quad x = 14.11$ mmHg

আবার ধরা যাক, 10°C তাপমাত্রায় বায়ুতে জলীয় বাষ্পের চাপ $= y$

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা $= \frac{\text{10°C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$

বা, $80\% = \frac{y}{9.22}$

বা, $y = 9.22 \times 80\% = 7.38$ mmHg

যেহেতু, $x > y$। সুতরাং জলীয় বাষ্প জানালা দিয়ে বাহিরে যাবে।

৬। একটি ঘরের পরিমাপ 20 m × 10 m × 4 m। 20° C তাপমাত্রায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 10% থেকে বাড়িয়ে 70% করতে কতটুকু পানি বাষ্পীভূত হওয়া প্রয়োজন ? 20° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব $= 17.3 \times 10^{-6}$ gm/cc।

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$R = \frac{t^\circ \text{C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{t^\circ \text{C তাপমাত্রায় ওই আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

বা, $R = \frac{t^\circ \text{C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব}}{t^\circ \text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব}}$

$\therefore$ 20° C তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব,

$\rho_1 = R \times$ 20° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব

$= \frac{10}{100} \times 17.3 \times 10^{-6} = 1.73 \times 10^{-6}$ gm/cc

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% হলে জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব,

$\rho_2 = \frac{70}{100} \times 17.3 \times 10^{-6} = 7 \times 1.73 \times 10^{-6}$ gm/cc

সুতরাং, পানি বাষ্পীভূত হওয়ায় জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব বৃদ্ধি $= \rho_2 - \rho_1$

$= 7 \times 1.73 \times 10^{-6} - 1.73 \times 10^{-6} = 6 \times 1.73 \times 10^{-6}$ gm/cc

এখন ঘরের আয়তন $= 20 \times 10 \times 4 = 800 \text{ m}^3 = 8 \times 10^8$ cc

$\therefore$ বাষ্পীভূত পানির ভর $= 8 \times 10^8 \times 6 \times 1.73 \times 10^{-6} = 8304$ gm $= 8.304$ kg

৭। 30° তাপমাত্রায় 150 m আয়তনের মধ্যে একটি পানির পাত্র রাখা আছে। কতটুকু পানি বাষ্প হওয়ার পর অবশিষ্ট পানি ও বাষ্প সাম্যাবস্থায় থাকবে? [30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 31·83 mmHg চাপ]

[CKRUET Admission Test, 2020–21]

এখানে,

$T = 30°C = 273 + 30 = 303$ K

$V = 150\ m^3$

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত

বাষ্পচাপ $= 31{\cdot}83$ mmHgP

$= 31{\cdot}83 \times 10^{-3}$ mHgP

পারদের ঘনত্ব, $\rho = 13546\ kgm^{-3}$

$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

30°C তাপমাত্রায় বাষ্পের চাপ,

$h\rho g = 31{\cdot}83 \times 10^{-3} \times 13546 \times 9{\cdot}8$

$= 4225{\cdot}4$ Pa হলেই পানি ও বাষ্প সাম্যাবস্থায় পৌছাবে

আমরা জানি,

$PV = nRT$

বা, $n = \frac{PV}{RT} = \frac{4225{\cdot}4 \times 150}{8{\cdot}314 \times 303}$

$= 251{\cdot}6$

$\therefore$ বাষ্পায়িত পানির ভর $= n \times 18 = (251{\cdot}6 \times 18) = 4528{\cdot}8$ g $= 4{\cdot}53$ kg

৮। একটি এয়ার কন্ডিশনার (Air conditioner) 40° C তাপমাত্রা এবং 80% আপেক্ষিক আর্দ্রতাবিশিষ্ট বাইরের বায়ু ভেতরে টেনে 20° C তাপমাত্রা এবং 50% আপেক্ষিক আর্দ্রতার বাতাসে পরিণত করে। এক্ষেত্রে প্রতি ঘন মিটারে কতটা জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে নির্ণয় কর। 40°C ও 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব যথাক্রমে 45 gm^{-3} এবং 17 gm^{-3}।

আমরা জানি,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t°\text{ C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের ভর}}{t°\text{ C তাপমাত্রায় ওই আয়তনের সম্পৃক্ত বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

$$\text{বা, } \frac{80}{100} = \frac{t°\text{ C তাপমাত্রায় } 1\ m^3 \text{ বায়ুতে জলীয় বাষ্পের ভর}}{40°\text{ C তাপমাত্রায় } 1\ m^3 \text{ সম্পৃক্ত বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

$$\text{বা, } 0{\cdot}8 = \frac{40°\text{ C তাপমাত্রায় } 1\ m^3 \text{ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{45}$$

$\therefore$ 40° C তাপমাত্রায় 1 m^3 বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর $= 0{\cdot}8 \times 45 = 36{\cdot}0$ g

অনুরূপভাবে 20° C তাপমাত্রায় 50% আপেক্ষিক আর্দ্রতা বিশিষ্ট 1 m^3 বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর $= 0{\cdot}5 \times 17 = 8{\cdot}5$ g

$\therefore$ 1 m^3 বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর $= 36{\cdot}0 - 8{\cdot}5 = 27{\cdot}5$ g

৯। 20°C তাপমাত্রায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% হলে শিশিরাঙ্ক কত ? দেওয়া আছে, 20°C, 10°C এবং 9°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17·5 mm, 9·2 mm এবং 8·6 mm Hg।

20°C তাপমাত্রায় বাতাসে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$$P = \frac{50}{100} \times 17{\cdot}5 = 8{\cdot}75 \text{ mm Hg}$$

কাজেই যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 8·75 mm Hg, সেই তাপমাত্রাই শিশিরাঙ্ক।

এখন, 9°C থেকে 10°C তাপমাত্রা পরিবর্তনে অর্থাৎ

1 °C তাপমাত্রা পরিবর্তনে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন $= 9{\cdot}2 - 8{\cdot}6 = 0{\cdot}6$ mm

$\therefore$ 0·6 mm সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রা পার্থক্য = 1°C

(9·2—8·75)mm = 0·45 mm সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পার্থক্য

$$= \frac{1 \times 0{\cdot}45}{0{\cdot}6} = 0{\cdot}75°C$$

$\therefore$ নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক $= 10°C - 0{\cdot}75°C = 9{\cdot}25°C$

১০·২৩ ব্যবহারিক
Experimental

পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২	নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় Determination of specific heat of a liquid by Newton's law of cooling

মূলতত্ত্ব (Theory) : কোনো একটি পদার্থের একক ভরের তাপমাত্রা এক ডিগ্রি হ্রাস বা বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়, তাকে ওই পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে। একে S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

একই পরিবেশে কোনো একটি পদার্থের তাপ হারাবার হার ওই পদার্থের তাপমাত্রা এবং তার পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতিক। এটিই হলো শীতলীকরণ পদ্ধতির মূলনীতি। পদার্থের তাপমাত্রা এবং পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার পার্থক্য অবশ্যই কম হতে হবে।

মনে করি,

নাড়নীসহ ক্যালরিমিটারের পানি সম = W kg

ক্যালরিমিটারে পরীক্ষণীয় তরলের ভর = M kg

তরলের আপেক্ষিক তাপ = $S\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

তরলের তাপমাত্রা $\theta_1°$ হতে $\theta_2°$-তে শীতল হতে সময় = t_1 sec

তরলের সম-আয়তনের পানির ভর = m_1 kg

পানির আপেক্ষিক তাপ = $S_1\,Jkg^{-1}K^{-1}$

পানির তাপমাত্রা $\theta_1°$ হতে $\theta_2°$-তে শীতল হতে সময় = t_2 sec

অতএব, তরলের তাপ হারাবার হার $= \dfrac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1}\ Js^{-1}$ ... ... (i)

এবং পানির তাপ হারাবার হার $= \dfrac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}\ Js^{-1}$ ... ... (ii)

নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র অনুসারে এই দুই ক্ষেত্রের তাপ হারাবার হার সমান।

$$\therefore \frac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1} Js^{-1} = \frac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}\ Js^{-1}$$

বা, $\dfrac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1} = \dfrac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}$

বা, $S = \dfrac{1}{M}\left[\dfrac{(m_1S_1 + W)t_1}{t_2} - W\right]$

বা, $S = \dfrac{1}{M}\left\{\dfrac{t_1}{t_2}(m_1S_1 + W) - W\right\}\ J\,kg^{-1}K^{-1}$ ... ... (iii)

এখন M, m_1, S_1, W, t_1 এবং t_2-এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে S-এর মান বের করা যায়।

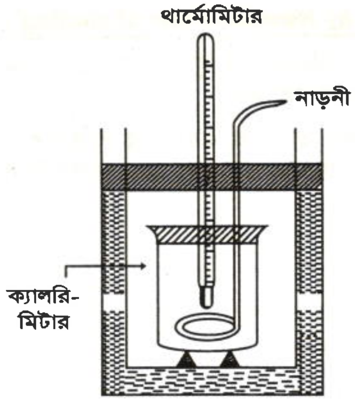
যন্ত্রপাতি (Apparatus) : (১) নাড়নীসহ ক্যালরিমিটার, (২) দুই দেয়ালবিশিষ্ট একটি প্রকোষ্ঠ, (৩) সুবেদী থার্মোমিটার, (৪) নিক্তি, (৫) বার্নার, (৬) স্টপ-ওয়াচ ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি (Working procedure) :

(১) নাড়নীসহ একটি পরিষ্কার ও শুষ্ক ক্যালরিমিটার নিয়ে ওজন করা হয়। ক্যালরিমিটারের ভেতরের দেয়ালে এর তলদেশ হতে তিন-চতুর্থাংশ ওপরে একটি দাগ দেয়া হয়।

(২) অতঃপর অন্য একটি পাত্রে 70°C থেকে 75°C তাপমাত্রায় পানি গরম করে ওই তাপমাত্রার পানি ক্যালরিমিটারের এই দাগ পর্যন্ত ঢালা হয় এবং গরম পানিসহ ক্যালরিমিটারটিকে দুই দেয়ালবিশিষ্ট প্রকোষ্ঠের মধ্যে স্থাপন করা হয়।

(৩) এরপর নাড়নী দ্বারা পানি আস্তে আস্তে নাড়া হয় এবং এক মিনিট পরপর থার্মোমিটারের সাহায্যে পানির তাপমাত্রা গ্রহণ করা হয়। পানির তাপমাত্রা কক্ষ তাপমাত্রা অপেক্ষা বেশি হওয়ায় তা ক্রমশ তাপ হারিয়ে শীতল হবে। এভাবে 20 থেকে 25টি পাঠ নিয়ে পানিসহ ক্যালরিমিটার ওজন করা হয়। এই দুই ওজনের পার্থক্য হতে পানির ভর নির্ণয় করা হয়।



চিত্র : ১০.১৬

(৪) এখন ক্যালরিমিটার হতে পানি ফেলে দেয়া হয় এবং একে পরিষ্কার ও শুষ্ক করে অন্য একটি পাত্রে 70°C থেকে 75°C তাপমাত্রায় গরম করা পরীক্ষাধীন তরল পদার্থ দিয়ে ক্যালরিমিটারের সেই দাগ পর্যন্ত ভর্তি করা হয় এবং তরলসহ ক্যালরিমিটারটিকে প্রকোষ্ঠের মধ্যে স্থাপন করা হয়।

(৫) এবার তরল পদার্থটিকে আস্তে আস্তে নাড়া হয় এবং পদ্ধতি (৩)-এর অনুরূপ এক মিনিট পরপর এর তাপমাত্রার পাঠ নেয়া হয়। এভাবে 20—25টি পাঠ নেয়ার পরে তরলসহ ক্যালরিমিটারের ওজন গ্রহণ করা হয়। তৃতীয় এবং প্রথম ওজনের পার্থক্য হতে তরলের ভর নির্ণয় করা হয়।

(৬) সময়কে X-অক্ষে এবং তাপমাত্রাকে Y-অক্ষে স্থাপন করে একটি ছক কাগজে দুটি সমতাপমাত্রা লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। প্রাপ্ত এই দুটি রেখাকে শীতলীকরণ রেখা বলা হয়। অঙ্কিত লেখচিত্র হতে তরল পদার্থ ও পানির কোনো একটি তাপমাত্রা θ_1°C হতে θ_2°C-এ শীতল হতে কত সময়ের প্রয়োজন হয় তা নির্ণয় করা হয়। লেখচিত্রের θ_1°C ও θ_2°C তাপমাত্রায় সময় অক্ষের সমান্তরালে দুটি সরলরেখা AB ও CD টানা হয় এবং θ_1°C হতে θ_2°C পর্যন্ত শীতল হতে পানির সময় t_1 ও তরলের সময় t_2 বের করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and Manipulation) :

পর্যবেক্ষণ ছক—1 (পানি ও তরলের ভর নির্ণয়ের জন্য)

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ক্যালরিমিটারসহ নাড়নীর ভর = W_1 kg	(ক্যালরিমিটার + নাড়নী + পানি) এর ভর = W_2 kg	(ক্যালরিমিটার + নাড়নী + তরল) এর ভর = W_3 kg	পানির ভর m_1 = $(W_2 - W_1)$ kg	তরলের ভর $M = (W_3 - W_1)$ kg
1	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...

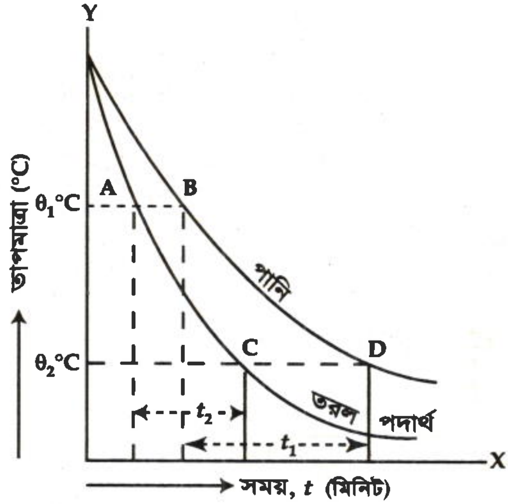
ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ = S' Jkg^{-1}K^{-1}

$\therefore$ ক্যালরিমিটারের পানিসম, $W = W_1 \times S'$ kg

পর্যবেক্ষণ ছক—2 (সময়-তাপমাত্রার পাঠ)

সময় মিনিট																					
পানির তাপ-মাত্রা (°C)																					
তরলের তাপ-মাত্রা (°C)																					

লেখচিত্র হতে : θ_1°C হতে θ_2°C-এ শীতল হতে প্রদত্ত তরলের প্রয়োজনীয় সময় = ... t_1 মিনিট
θ_1°C হতে θ_2°C-এ শীতল হতে পানির প্রয়োজনীয় সময় = ... t_2 মিনিট



চিত্র ১০.১৭

হিসাব বা গণনা (Calculation) : $S = \frac{1}{M}\left\{\frac{t_1}{t_2}(m_1S_1 + W) - W\right\}$

ফলাফল (Result) : প্রদত্ত তরলের নির্ণেয় আপেক্ষিক তাপ, S = ... J $kg^{-1}K^{-1}$

সতর্কতা (Precautions) :

(১) ক্যালরিমিটার পরিষ্কার ও শুষ্ক হওয়া উচিত।
(২) ওজন নির্ভুল হওয়া উচিত।
(৩) তাপমাত্রা সঠিকভাবে পরিমাপ করা উচিত।
(৪) সময়ের পাঠ নির্ভুল হওয়া উচিত।

আলোচনা (Discussions) :

(১) ক্যালরিমিটার পরিষ্কার ও শুষ্ক, ওজন নির্ভুল, তাপমাত্রার পাঠ সঠিক এবং সময়ের পাঠ নির্ভুল না হলে পরীক্ষার ফলাফল সঠিক হবে না।
(২) সম আয়তনের তরল পদার্থ ও পানি না নিলে ফলাফল ভুল হবে।
(৩) ক্যালরিমিটারের তলদেশ কালো করা হয়। ফলে এর তাপ বিকিরণ করার ক্ষমতা বেড়ে যায়।
(৪) কোনো উদ্বায়ী তরল নেয়া উচিত হবে না।

প্রয়োজনীয় গাণিতিক সূত্রাবলি

$PV =$ ধ্রুবক ... ... (1)

$P_1V_1 = P_2V_2$ ... ... (2)

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ ... ... (3)

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ... ... (4)

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ... ... (5)

$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1}$ ... ... (6)

$PV = nRT$ ... ... (7)

$$n = \frac{m}{M} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

$$V = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

$$PV = \frac{1}{3} mnc^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10)$$

$$P = \frac{1}{3}\rho c^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (11)$$

$$PV = \frac{1}{3} Mc^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (12)$$

$$P = \frac{2}{3}\frac{E}{V} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (13)$$

$$PV = \frac{2}{3} E \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (14)$$

গড় বেগ, $c_a = \dfrac{c_1 + c_2 + c_3 + \ldots\ldots + c_n}{n}$ … … … (15)

গড় বর্গবেগ, $c_a{}^2 = \dfrac{c_1{}^2 + c_2{}^2 + \ldots\ldots + c_n{}^2}{n}$ … … … (16)

মূল গড় বর্গবেগ, $c = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\dfrac{c_1{}^2 + c_2{}^2 + \ldots\ldots + c_n{}^2}{n}}$ … … (17)

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (18)$$

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (19)$$

$$E = \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}PV \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (20)$$

$$E' = \frac{3}{2}KT \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (21)$$

প্রত্যেক অণুর স্বাধীনতা মাত্রায় গড় গতিশক্তি $= \dfrac{1}{2}KT$ … … … (22)

$$\gamma = 1 + \frac{2}{f} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (23)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\, n\pi\sigma^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (24)$$

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (25)$$

শিশিরাঙ্ক, $t_1 = t + G(t_1 - t_2)$ … … … (26)

বিশ্লেষণাত্মক ও মূল্যায়নধর্মী গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। রংপুর আবহাওয়া অফিস একদিন সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 28°C ও সিক্ত বাল্বের পাঠ 26°C পেল। 28°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1·65। 24°C, 25°C ও 28°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 22·38, 24·21 এবং 27·78 mm HgP। ওইদিন বরিশালের আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 65%।

(ক) রংপুরে ওই দিনের শিশিরাঙ্ক কত?

(খ) রংপুর ও বরিশালের মধ্যে কোথায় ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকাবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[রা. বো. ২০২২; ঢা. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন)]

(ক) আমরা জানি, শিশিরাঙ্ক,

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \\ &= 28 - 1{\cdot}65(28 - 26) \\ &= 28 - 1{\cdot}65 \times 2 = 28 - 3{\cdot}3 \\ &= 24{\cdot}7°C \end{aligned}$$

এখানে,
$\theta_1 = 28°C$
$\theta_2 = 26°C$
$G = 1{\cdot}65$
$\theta = ?$

সুতরাং, রংপুরের শিশিরাঙ্ক 24·7°C

(খ) রংপুরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{24{\cdot}7°C \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ}}{28°C \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ}} \times 100\%$$

এখানে,
24°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 22{\cdot}38$ mmHgP
25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 24{\cdot}21$ mmHgP
28°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 27{\cdot}78$ mmHgP

দেওয়া আছে,

24°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 22{\cdot}38$ mmHgP
25°C " " " $= 24{\cdot}21$ mmHgP

$\therefore$ 1°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= (24{\cdot}21 - 22{\cdot}38) = 1{\cdot}83$ mmHgP

$\therefore$ 0·7°C " " " " $= \frac{0{\cdot}7 \times 1{\cdot}83}{1} = 1{\cdot}28$

অতএব, 24·7°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= (22{\cdot}38 + 1{\cdot}28)$ mmHgP $= 23{\cdot}66$ mmHg

সুতরাং রংপুরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{23{\cdot}66}{27{\cdot}78} \times 100\% = 85{\cdot}17\%$$

বরিশালের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 65% যা রংপুরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা অপেক্ষা কম; সুতরাং বরিশালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকাবে।

২। A ও B দুটি হ্রদের তলদেশ থেকে একটি বায়ু বুদবুদ পানির উপরিতলে উঠলে এর আয়তন চারগুণ হয়। A ও B হ্রদের পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 1000 kgm^{-3} ও 1100 kgm^{-3}। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Pa।

(ক) A হ্রদের তলদেশে চাপ কত?

(খ) A ও B হ্রদের মধ্যে কোনটির গভীরতা বেশি তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ধারণ কর।

[সি. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); ব. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি,

$P_1 = P_2 + h\rho g$

এখানে,
P_1 = হ্রদের তলদেশে চাপ
P_2 = হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ $= 10^5$ Pa
ρ = পানির ঘনত্ব $= 1000$ kgm^3

আবার, $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_2 + h\rho g)\, V_1 = P_2V_2 = P_2 \times 4V_1$

বা, $h\rho g = 4\,P_2 - P_2 = 3P_2$

এখানে,
$V_2 = 4V_1$

সুতরাং A হ্রদের গভীরতা,

$$h = \frac{3P_2}{\rho g} = \frac{3 \times 10^5}{1000 \times 9{\cdot}8} = 30{\cdot}6 \text{ m}$$

$\therefore$ $P_1 = P_2 + h\rho g = 10^5 + 30{\cdot}6 \times 1000 \times 9{\cdot}8 = 10^5 + 3 \times 10^5 = 4 \times 10^5$ Pa

(খ) B হ্রদের গভীরতা,

$$h = \frac{3P_2}{\rho_1 g} = \frac{3 \times 10^5}{1100 \times 9{\cdot}8} = 27{\cdot}8 \text{ m}$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে A হ্রদের গভীরতা B হ্রদের গভীরতার চেয়ে বেশি।

৩। একজন ডুবুরি লবণাক্ত হ্রদের গভীরতা পরিমাপের জন্য $1{\cdot}013 \times 10^5$ Nm^{-2} চাপে $2{\cdot}5 \times 10^{-2}$ m^3 আয়তনের 1 মোল হিলিয়াম গ্যাস ভর্তি বেলুনকে হ্রদের পৃষ্ঠ হতে তলদেশে নিয়ে যাওয়ায় এর আয়তন অর্ধেক হয়ে গেল। এতে ডুবুরি মন্তব্য করলেন "হ্রদের গভীরতা 9 m"। উল্লেখ্য গ্যাস ও হ্রদের পানির তাপমাত্রা একই। [হ্রদের পানির ঘনত্ব $1{\cdot}1 \times 10^3$ kgm^{-3}, $g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}, $R = 8{\cdot}31$ $Jmol^{-1} K^{-1}$, হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুর চাপ $1{\cdot}013 \times 10^5$ Nm^{-2}]

(ক) গ্যাসের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

(খ) ডুবুরির মন্তব্যের সত্যতা যাচাই কর।

[য. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); কু. বো. ২০২১; চ. বো. ২০২১ (মান ভিন্ন)]

(ক) আমরা জানি,

$PV = nRT$

বা, $T = \frac{PV}{nR}$

$\therefore T = \frac{1.013 \times 10^5 \times 2.5 \times 10^{-2}}{1 \times 8.31}$

$= 304.75\text{ K} = 304.75 - 273$

$= 31.75°C$

এখানে,

n = মোল সংখ্যা = 1

$P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

$V = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

$R = 8.31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$

(খ) ধরি, হ্রদের তলদেশে চাপ = P_1, পানির ঘনত্ব = ρ, পানির উপরিতলে বায়ুর চাপ = P_2, হ্রদের তলদেশে বেলুনের আয়তন = $V_1 = V$, পানির উপরিতলে বেলুনের আয়তন, $V_2 = 2V$।

আমরা জানি,

$P_1 = P_2 + h\rho g$

এবং $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_2 + h\rho g)\, V = P_2 \times 2V$

বা, $2P_2 - P_2 = h\rho g$

বা, $h = \frac{P_2}{\rho g}$

$\therefore h = \frac{1.013 \times 10^5}{1.1 \times 10^3 \times 9.8} = 9.4\text{ m}$

এখানে,

$P_2 = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

$\rho = 1.1 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সুতরাং, ডুবুরির মন্তব্য সঠিক নয়।

৪। একটি বায়ু বুদবুদ হ্রদের তলদেশ হতে পানির উপরিপৃষ্ঠে আসলে এর আয়তন দ্বিগুণ হয়। বায়ুর চাপ 1.01×10^5 Pa।

(ক) হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।

(খ) যদি হ্রদের গভীরতা 55 m হয় তবে 2 cm ব্যাসার্ধের বায়ু বুদবুদ হ্রদের তলদেশ হতে পৃষ্ঠে আসলে এর আয়তনের কী পরিবর্তন হবে ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২০২১]

(ক) ধরা যাক, হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন = V

পৃথিবী পৃষ্ঠে আসলে বুদবুদের আয়তন = 2V

আবার, $P_1V_1 = P_2V_2$ এবং $P_1 = P_2 + h\rho g$

বা, $(P_2 + h\rho g)\, V = P_2 \times 2V$

$h\rho g = 2P_2 - P_2 = P_2$

$\therefore h = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{1.01 \times 10^5}{10^3 \times 9.8} = 10.3\text{ m}$

এখানে,

$P_2 = 1.01 \times 10^5\text{ Pa}$

$\rho = 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

$h = 55\text{ m}$

(খ) এখানে, $P_1V_1 = P_2V_2$ বা, $V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2}$

এখন, $P_1 = P_2 + h\rho g = 1.01 \times 10^5 + 55 \times 10^3 \times 9.8 = 1.01 \times 10^5 + 5.39 \times 10^5 = 6.4 \times 10^5\text{ Pa}$

$\therefore V_2 = \frac{6.4 \times 10^5 \times V}{1.01 \times 10^5} = 6.34\text{ V}$

সুতরাং এর আয়তনের পরিবর্তন = 6.34 V − V = 5.34V

অর্থাৎ আয়তন পূর্বের আয়তনের 5.34 গুণ হবে।

৫। আবির পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে $5{\cdot}7 \times 10^{-4}$ m³ আয়তনের 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0·64 m পারদ স্তম্ভ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করল। এতে গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই পরিবর্তন হলো। নেহাল বলল গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g এবং $R = 8{\cdot}31$ JK⁻¹mole⁻¹। [সি. বো. ২০১৫]

(ক) প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর।

(খ) নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

(ক) আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\therefore \quad V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$$

$$= \frac{0{\cdot}64 \times 5{\cdot}7 \times 10^{-4} \times 273}{0{\cdot}76 \times 312}$$

$$= 4{\cdot}2 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

(খ) যেহেতু $4{\cdot}2 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 < 5{\cdot}7 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$

সুতরাং গ্যাসটির আয়তন হ্রাস পেয়েছে।

দেওয়া আছে,

আদি আয়তন, $V_1 = 5{\cdot}7 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$

আদি চাপ, $P_1 = 0{\cdot}64$ mHgP

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 39°\text{C} = (39 + 273)$ K $= 312$ K

চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = 0{\cdot}76$ mHgP

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 273$ K

$n = \frac{m}{M} = \frac{3}{28} = 0{\cdot}107$

$R = 8{\cdot}31\ \text{JK}^{-1}\ \text{mol}^{-1}$

$V_2 = ?$

T_1 পরম তাপমাত্রায় n মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}nRT$

আবার, $E_1 = \frac{3}{2} \times 0{\cdot}107 \times 8{\cdot}31 \times 312 = 416{\cdot}13$ J

এবং T_2 তাপমাত্রায়, $E_2 = \frac{3}{2} \times 0{\cdot}107 \times 8{\cdot}31 \times 273 = 364{\cdot}6$ J

গাণিতিকভাবে দেখা যায় যে, তাপমাত্রা 39°C বা 312 K থেকে প্রমাণ তাপমাত্রা বা 273 K এ হ্রাস করলে গতিশক্তিও হ্রাস পাবে।

n (মোল সংখ্যা) অপরিবর্তিত থাকলে $E \propto T$

উদ্দীপকের ঘটনায় গ্যাসের ভর তথা মোল সংখ্যা n অপরিবর্তিত।

সুতরাং পরম তাপমাত্রা হ্রাসে গতিশক্তিও হ্রাস পাবে; অর্থাৎ নেহালের বক্তব্য সঠিক।

৬। একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য কোনো একদিন ঢাকা ও রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি শুষ্ক ও সিক্ত (আর্দ্র) বালব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিচের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন।

স্থান	শুষ্ক বালব থার্মোমিটারের পাঠ	সিক্ত (আর্দ্র) বালব থার্মোমিটার পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদন
ঢাকা	28·6°C	20°C	1·664
রাজশাহী	32·5°C	22°C	1·625

[14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C, 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 11·99, 13·63, 28·35, 31·83, 35·66 এবং 39·90 mmHg]

(ক) ওই দিন ঢাকার শিশিরাঙ্ক কত ছিল?

(খ) উপরিউক্ত তথ্য মতে কোনো ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তিবোধ করবেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[ব. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); রা. বো. ২০২১; চ. বো. ২০২১ (মান ভিন্ন), ২০১৫; মাদরাসা বোর্ড, ২০১৭ (মান ভিন্ন)]

(ক) আমরা জানি শিশিরাঙ্ক θ হলে,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$

$$= 28{\cdot}6°\text{C} - 1{\cdot}664\ (28{\cdot}6 - 20)$$

$$= 14{\cdot}29°\text{C}$$

$\therefore$ ওই দিন ঢাকার শিশিরাঙ্ক $14{\cdot}29°$ C

দেওয়া আছে,

ঢাকায় শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 28{\cdot}6°\text{C}$

এবং আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 20°\text{C}$

বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক, $G = 1{\cdot}664$

(খ) ঢাকায় শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

f = 14°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ + 0·29°C তাপমাত্রায় চাপ

(16 — 14)°C = 2°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন = (13·63 — 11·99) mmHg

$\therefore$ 0·29°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন $= \left(\frac{13{\cdot}63 - 11{\cdot}99}{2}\right) \times 0{\cdot}29$ mmHg

$$= 11{\cdot}99 + \left(\frac{13{\cdot}63 - 11{\cdot}99}{2}\right) \times 0{\cdot}29$$

$$= 12{\cdot}228 \text{ mmHg}$$

এবং বায়ুর তাপমাত্রায় 28·6°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

F = 28°C তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ + 0·6°C তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ

$$= 28{\cdot}35 + \left(\frac{(31{\cdot}83 - 28{\cdot}35)}{2}\right) \times 0{\cdot}6$$

$$= 29{\cdot}394 \text{ mmHg}$$

$\therefore$ ঢাকায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} = \frac{12{\cdot}228}{29{\cdot}394} \times 100\% = 41{\cdot}6\%$

রাজশাহীতে শিশিরাঙ্ক, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$$= 32{\cdot}5 - 1{\cdot}625\ (32{\cdot}5 - 22) = 15{\cdot}44°C$$

রাজশাহীতে শিশিরাঙ্কে বা 15·44°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

f' = 14°C তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ + 1·44°C তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ

$$f' = 11{\cdot}97 + \left(\frac{13{\cdot}63 - 11{\cdot}99}{2}\right) \times 1{\cdot}44$$

$$= 13{\cdot}17 \text{ mmHg}$$

এবং বায়ুর তাপমাত্রায় বা 32·5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$$F' = 35{\cdot}66 + \frac{(39{\cdot}90 - 35{\cdot}66) \times 0{\cdot}5}{2}$$

$$= 36{\cdot}72 \text{ mmHg}$$

$\therefore$ রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R' = \frac{f'}{F'} \times 100\% = \frac{13{\cdot}17}{36{\cdot}72} \times 100\% = 35{\cdot}87\%$

যেহেতু 35·87% < 41·6% কাজেই রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হওয়ায় ওই ব্যক্তি রাজশাহীতে অধিকতর স্বস্তিবোধ করবেন।

৭। একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন 1·5 m³। সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস 25×10^{-10} m। পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সম আয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হলো।

(ক) সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কি না—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [দি. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$E = N \times \frac{3}{2} KT$$

$$= 30 \times 10^{25} \times \frac{3}{2} \times 1{\cdot}38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 1{\cdot}863 \times 10^{6} \text{ J}$$

এখানে,

তাপমাত্রা, T = 27°C = (27 + 273) = 300 K

অণুর সংখ্যা, $N = 30 \times 10^{25}$

বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক, $K = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ JK⁻¹

আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি, E = ?

(খ) আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}$$

অণুর ব্যাস ধ্রুব বলে $\lambda \propto \frac{1}{n}$

∴ প্রথমে ও শেষে গড় মুক্ত পথ যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 হলে,

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{N}{V_1} \times \frac{2V_1}{N} = 2$$

$$\therefore \quad \lambda_2 = 2\lambda_1$$

এখানে,
গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারের আয়তন, $V_1 = 1.5\ m^3$
অণুর ব্যাস, $\sigma = 25 \times 10^{-10}\ m$
খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করার পর আয়তন, $V_2 = 2V_1$
প্রাথমিক অবস্থায় একক আয়তনে অণুর সংখ্যা, $n_1 = \frac{N}{V_1}$
শেষ অবস্থায় একক আয়তনে অণুর সংখ্যা, $n_2 = \frac{N}{V_2} = \frac{N}{2V_1}$

অতএব খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথ দ্বিগুণ হবে।

৮। একটি সিলিন্ডারে 127°C তাপমাত্রা ও 72 cm পারদ চাপে 3 g হিলিয়াম গ্যাস রাখা হলো। একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP-তে রাখা হলো।

(ক) প্রথম সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন হিসাব কর।

(খ) সিলিন্ডার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয়পূর্বক তাপমাত্রা তুলনা করে ফলাফল বিশ্লেষণ কর।

[চ. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\therefore \quad V = \frac{nRT}{P} = \frac{0.75 \times 8.314 \times 400}{9.593 \times 10^4} = 2.6 \times 10^{-2}\ m^3$$

এখানে,
১ম সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে,
চাপ, $P = 72$ cm পারদ $= 0.72 \times 13596 \times 9.8$ Pa $= 9.593 \times 10^4$ Pa
তাপমাত্রা, $T = 127°C = (127 + 273) = 400$ K
ভর, $m = 3$ g
হিলিয়ামের আণবিক ভর, $M = 4$ g/mole
∴ হিলিয়ামের মোল সংখ্যা, $n = \frac{3}{4} = 0.75$ mole
$R = 8.314\ JK^{-1}\ mol^{-1}$
আয়তন, $V = ?$

(খ) উদ্দীপক অনুযায়ী,

১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি,

$$E_1 = \frac{3}{2} nRT_1 = 1.5 \times 0.75 \times 8.314 \times 400 = 3.74 \times 10^3\ J$$

২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি, $E_2 = \frac{3}{2} nRT_2$

$$= 1.5 \times 0.75 \times 8.314 \times 273 = 2.55 \times 10^3\ J$$

এখানে,
১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_1 = 127°C = 400$ K
২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_2 = 273$ K
হিলিয়ামের মোল সংখ্যা, $n = 0.75$ mole

∴ $T_1 > T_2$ এবং $E_1 > E_2$

কাজেই ১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা ২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হওয়ায় ১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি ২য় সিলিন্ডারের গ্যাসের গতিশক্তি অপেক্ষা বেশি।

৯। 168 g নাইট্রোজেন গ্যাস ভর্তি একটি বেলুনকে সমুদ্রের তলদেশে নিয়ে যাওয়ায় আয়তন অর্ধেক হয়ে গেল। সমুদ্রপৃষ্ঠের চাপ, বায়ুর চাপ এবং তাপমাত্রা 30°C। তলদেশের তাপমাত্রা 14°C।

[পানির ঘনত্ব 1025 kg/m³, $g = 9.8\ ms^{-2}$, $R = 8.314$ J/mol/K]

(ক) সমুদ্রপৃষ্ঠে নাইট্রোজেন গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব কি না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[য. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); কু. বো. ২০২১ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি,

গতিশক্তি $= \frac{3}{2} nRT$

$= \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} RT$

$\therefore$ K $= \frac{3}{2} \times \frac{168}{28} \times 8{\cdot}314 \times 303$

$= 22{,}672$ J

এখানে,

$\rho = 1025$ kgm^{-3}
$T_1 = 30°C = 273 + 30 = 303$ K
$T_2 = 14° C = 273 + 14 = 287$ K
$g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}
$m = 168$ g
$M = 28$ g
$V_2 = \frac{V_1}{2}$
$R = 8{\cdot}314$ Jmol^{-1}K^{-1}
$P_1 = 1{\cdot}013 \times 10^5$ Nm^{-2}
গতিশক্তি, K = ?
হ্রদের গভীরতা, h = ?

(খ) আবার আমরা জানি,

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ এবং $P_2 = P_1 + h\rho g$

$\therefore \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{(P_1 + h\rho g)V_1}{2T_2}$

বা, $2P_1T_2 = (P_1 + h\rho g)T_1$

বা, $2P_1 \times 287 = (P_1 + h\rho g) \times 303 = 303\ P_1 + 303\ h\rho g$

বা, $303\ h\rho g = (574 - 303)\ P_1 = 271\ P_1$

বা, $h = \frac{271 \times 1{\cdot}013 \times 10^5}{303 \times 1025 \times 9{\cdot}8} = 9{\cdot}02$ m

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করা যায়।

১০। একটি হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠের পানির তাপমাত্রা যথাক্রমে 8°C ও 30°C। 2L আয়তনবিশিষ্ট একটি বায়ুপূর্ণ বেলুন হ্রদের তলদেশ হতে ছেড়ে দেয়া হলো। বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 15L। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2}, হ্রদের গভীরতা 15m এবং পানির ঘনত্ব 1000 kgm^{-3}।

(ক) বেলুনে আবন্ধ বায়ুর অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর।

(খ) বেলুনটি হ্রদের পৃষ্ঠে এসে বিস্ফোরিত হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি,

বায়ুর গতিশক্তি,

K.E. $= \frac{3}{2} nRT$

$\therefore$ 30°C তাপমাত্রায় K.E. $= \frac{3}{2} n \times R \times 303$

এবং 8°C তাপমাত্রায় K.E. $= \frac{3}{2} n\ R \times 281$

$\therefore$ গতিশক্তি পরিবর্তন $= \left(\frac{3}{2} nR \times 303 - \frac{3}{2} nR \times 281\right)$

$= \frac{3}{2} nR\ (303 - 281) = 22 \times \frac{3}{2} nR = 33\ nR$ J

$= 33 \times \frac{m}{M} R$ J $= \frac{33 \times 2{\cdot}450}{18} \times 8{\cdot}314$

$= 37{\cdot}34$ J

এখানে,

$T_2 = 8° C = 8 + 273 = 281$ K
$T_1 = 30° C = 273 + 30 = 303$ K
$\rho = 1000$ kgm^{-3}
$h = 15$ m
$P_2 = 10^5$ Nm^{-2}
$V_1 = 2$ L
$m = 1{\cdot}225 \times 2 = 2{\cdot}450$ g
$M = 18$
$R = 8{\cdot}314$ Jmol^{-1}K^{-1}
V_2 = ?

(খ) পানির উপরিতলে বেলুনটির আয়তন $= V_2$

আমরা জানি,

$P_1 = P_2 + h\rho g$

এবং $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{(P_2 + h\rho g)\,V_1}{P_2}$

$= \frac{(P_2 + h\rho g) \times 2}{P_2}$

$\therefore \quad V_2 = \frac{(10^5 + 15 \times 1000 \times 9.8) \times 2}{10^5}$

$= \frac{(10^5 + 1.47 \times 10^5) \times 2}{10^5}$

$= 2.47 \times 2 = 4.94$ L

যেহেতু বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 15 L যা পৃষ্ঠতলে আসার পর বেলুনের আয়তন থেকে বেশি।

সুতরাং, বেলুনটির হ্রদের ওপরে এসে বিস্ফোরিত হবে না।

১১। স্থির তাপমাত্রায় 5.1 লিটার বায়ুপূর্ণ একটি বেলুনকে 40m গভীর পানির তলদেশে নেয়ায় বেলুনটি 1.1 লিটার আয়তন ধারণ করে। বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 9.5 লিটার এবং ওই স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$।

(ক) উদ্দীপক অনুসারে ওই স্থানের বায়ুমণ্ডলীয় চাপ কত ?

(খ) উল্লিখিত বেলুনটিতে বিশেষ ব্যবস্থায় তলদেশে থাকা অবস্থায় আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে মুখ বন্ধ অবস্থায় ছেড়ে দেয়া হলে অক্ষত অবস্থায় পানির উপরিতলে আসবে কী? বিশ্লেষণ কর।

[রা. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_1 \times 5.1 = P_2 \times 1.1$

$P_2 = \frac{5.1}{1.1} P_1 = 4.636\,P_1$

আবার, $P_2 = P_1 + h\rho g$

বা, $P_1 = P_2 - h\rho g$

$= 4.636\,P_1 - 40 \times 10^3 \times 9.8$

বা, $(4.636 - 1)P_1 = 40 \times 9.8 \times 10^3 = 3.92 \times 110^5$

বা, $P_1 = \frac{3.92 \times 10^5}{3.636} = 1.078 \times 10^5\ Nm^{-2}$

এখানে,

$V_1 = 5.1$ L

$V_2 = 1.1$ L

$h = 40$ m

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$\rho = 10^3\ kgm^{-3}$

(খ) প্রশ্নানুসারে, $V_2' = 1.1 + 1 = 2.1$ L

এখন, $P_1V_1' = P_2V'_2$

বা, $V_1' = \frac{P_2V_2}{P_1}$

$= \frac{(P_1 + h\rho g) \times 2.1}{1.078 \times 10^5}$

বা, $V_1' = \frac{(1.078 \times 10^5 + 40 \times 10^3 \times 9.8) \times 2.1}{1.078 \times 10^5}$

$= \frac{(1.078 + 3.92) \times 10^5 \times 2.1}{1.078 \times 10^5} = \frac{10.4958 \times 10^5}{1.078 \times 10^5}$

$= 9.736$ L

এখানে,

$P_1 = 1.078 \times 10^5\ Nm^{-2}$

এখন যেহেতু বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 9.5 লিটার যা 9.736 L এর চেয়ে কম, সেহেতু বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পানির উপরিতলে আসতে পারবে না।

১২। $30°C$ তাপমাত্রায় এবং 2 atm চাপে একটি বেলুনের মধ্যে 24 gm অক্সিজেন গ্যাস আছে। এক মৌল অক্সিজেনের ভর 32 gm, অপরদিকে কোনো একটি পুকুরের ওপরিদেশে বায়ুমণ্ডলের চাপ 1.5 atm, পানির ঘনত্ব 1050 kg m^{-3} ও গভীরতা 20 m এবং অন্য একটি পুকুরের ওপরিদেশে বায়ুমণ্ডলের চাপ 1.2 atm, পানির ঘনত্ব 1000 kg m^{-3} ও গভীরতা 25 m [1 atm $= 1.013 \times 10^5$ Pa, $R = 8.314$ $Jmol^{-1}$ K^{-1} and $g = 9.8$ ms^{-2}]।

(ক) উদ্দীপকের বেলুনের গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন পুকুরের তলদেশে গ্যাস ভর্তি বেলুনের আয়তন কম হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি,

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT$$

$$\therefore \quad V = \frac{m}{M}\frac{RT}{P} = \frac{24 \times 8.314 \times 303}{32 \times 2 \times 1.013 \times 10^5}$$

$$= 9.33 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

এখানে,
$T = 30° C = 273 + 30 = 303$ K
$P = 2$ atm $= 2 \times 1.013 \times 10^5$ Pa
$m = 24$ gm
$M = 32$ gm
$R = 8.314$ $Jmol^{-1}K^{-1}$

সুতরাং, বেলুনের আয়তন $= 9.32 \times 10^{-3}$ m^3

(খ) ১ম পুকুরের তলদেশে বেলুনের ক্ষেত্রে,

$$P_1V_1 = P_2V_2 = (P_1 + h\rho g)\, V_2$$

বা, $$V_2 = \frac{P_1V_1}{(P_1 + h\rho g)}$$

$$= \frac{1.5 \times 1.013 \times 10^5 \times 9.32 \times 10^{-3}}{(1.5 \times 1.013 \times 10^5 + 20 \times 1050 \times 9.8)}$$

$$= \frac{14.77 \times 10^2}{3.5775 \times 10^5} = 3.96 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

এখানে,
$P_1 = 1.5 \times 1.013 \times 10^5$ Pa
$V_1 = 9.33 \times 10^{-3}$ m^3
$\rho_1 = 1050$ kgm^{-3}
$h_1 = 20$ m
$P_2 = 1.2 \times 1.013 \times 10^5$ Pa
$\rho_2 = 1000$ kgm^{-3}
$h_2 = 25$ m

এবং ২য় পুকুরের তলদেশে বেলুনের ক্ষেত্রে,

$$V_2' = \frac{1.2 \times 1.013 \times 10^5 \times 9.33 \times 10^{-3}}{(1.2 \times 1.013 \times 10^5 + 25 \times 1000 \times 9.8)}$$

$$= \frac{11.342 \times 10^2}{3.6656 \times 10^5} = 3.094 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

সুতরাং $V_2' < V_2$, অর্থাৎ ২য় পুকুরের তলদেশে বেলুনটির আয়তন কম হবে।

১৩। একটি হাসপাতাল কর্তৃপক্ষ সবসময় রোগীদের কেবিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 46%-এর কম রাখার চেষ্টা করে। কিন্তু একদিন তাদের এসি নিয়ন্ত্রণ ইউনিট ঠিকমতো কাজ করছিল না। কর্তৃপক্ষ লক্ষ করলো যে তাদের হাসপাতালে শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটারের পাঠ দিচ্ছে যথাক্রমে $23°C$ এবং $15.8°C$; গ্লেইসার উৎপাদক $23°C$ এ 1.74। $10°C$; $11°C$ এবং $23°C$-এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 9.2 mm, 9.865 mm এবং 21.105 mm Hg।

(ক) ওই দিনের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) হাসপাতাল কর্তৃপক্ষ আপেক্ষিক আর্দ্রতা নিয়ে ওই দিন কোনো সংকটে পড়েছিল? [কু. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি শিশিরাঙ্ক,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\therefore \quad \theta = 23 - 1.74(23 - 15.8)$$

$$= 23 - 12.528 = 10.47°C$$

এখানে,
$\theta_1 = 23°C$
$\theta_2 = 15.8°C$
$G = 1.74$

(খ) এখানে শিশিরাঙ্ক $= 10.47°C$

এখন, $10°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 9.2$ mmHg

$11°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 9.865$ mmHg

∴ 1°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পার্থক্য $= 9.865 - 9.2 = 0.665$ mmHg

∴ 0.47°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= \frac{0.665 \times 0.47}{1} = 0.313$ mmHg

∴ 10.47°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ $= 9.2 + 0.315 = 9.513$ mmHg

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

23°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 21.165$ mmHg

∴ $R = \frac{9.513}{21.165} \times 100\% = 45\%$

যেহেতু, কেবিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতার চেয়ে ওই দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম ছিল, সুতরাং কর্তৃপক্ষ কোনো সংকটে পড়ে নাই।

১৪। কক্ষ তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট কোনো স্থানে $0.6 m^3$ আয়তনের একটি সিলিন্ডারে 800 gm মিথেন (CH_4) গ্যাসকে 202650 Pa চাপে পূর্ণ করা হলো। শিক্ষক তাঁর ছাত্রদের বললেন ওই স্থানের শিশিরাঙ্ক 11.5°C এবং স্থানটির আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%-এর ওপর থাকলেই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। 11°C, 12°C, 19°C ও 20°C-এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 9.84 mm(Hg), 10.52 mm(Hg), 16.46 mm(Hg) ও 17.54 mm(Hg) পাওয়া গেল। মিথেনের আণবিক ভর 16 gm/mole।

(ক) ওই স্থানের কক্ষ তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের স্থানে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে কি না—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

[ঢা. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); দি. বো. ২০১৯]

(ক) আমরা জানি,

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT$$

$$\therefore T = \frac{MPV}{mR} = \frac{16 \times 202650 \times 0.6}{800 \times 8.314}$$
$$= 292.5 \text{ K} = 19.5° \text{ C}$$

এখানে,
$P = 202650$ Pa
$R = 8.314$
$V = 0.6 m^3$
$M = 16$ gm/mole
$m = 800$ gm

(খ) দেওয়া আছে,

12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প $= 10.52$ mm (Hg)
11°C " " " $= 9.84$ mm (Hg)
∴ 1°C তাপমাত্রা পার্থক্যে " $= 0.68$ mm (Hg)
∴ 0.5 " " " $= \frac{0.68 \times 0.5}{1} = 0.34$ mm (Hg)

অতএব, 11.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প $= 9.84$
0.34
10.18 mm(Hg)

আবার, 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প $= 17.54$ mm (Hg)
19°C " " " $= 16.46$ mm (Hg)
∴ 1°C তাপমাত্রা পার্থক্যে " $= 1.08$ mm (Hg)
∴ 0.5°C " " " $= \frac{1.08 \times 0.5}{1} = 0.54$ mm (Hg)

অতএব, 19.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প $= 16.46 + 0.54 = 17$ mm (Hg)

আমরা জানি আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প}} \times 100\%$$

$\therefore \quad R = \dfrac{10^{\cdot}18}{17} \times 100\% = 59^{\cdot}88\%$

প্রশ্নানুসারে, 60%-এর ওপরে আপেক্ষিক আর্দ্রতা থাকলে বৃষ্টি হবে। এখন ওই স্থানের আপেক্ষিক আদ্রতা 59.88% অর্থাৎ, প্রায় 60%; সুতরাং, সেখানে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

১৫। কোনো একদিন ঢাকা ও কুমিল্লার তাপমাত্রা যথাক্রমে 24°C ও 26°C এবং শিশিরাঙ্ক যথাক্রমে 15.8°C ও 20°C। 15°C, 16°C, 20°C, 24°C ও 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 12.81, 13.63, 17.54, 22.38 ও 25.21 mmHg এবং 24°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ার-এর উৎপাদক 1.72।

(ক) উল্লিখিত দিনে ঢাকায় রক্ষিত শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব আপেক্ষিক আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারের তাপমাত্রা কত ছিল?

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত স্থান দুটির মধ্যে কোথায় বেশি স্বস্তিবোধ হবে—গাণিতিকভাবে আর্দ্রতা বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [ব. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি,

$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$

বা, $24 - 15^{\cdot}8 = 1^{\cdot}72(24 - \theta_2)$

বা, $8^{\cdot}2 = 1^{\cdot}72 \times 24 - 1^{\cdot}72\,\theta_2$

বা, $1^{\cdot}72\,\theta_2 = 1^{\cdot}72 \times 24 - 8^{\cdot}2 = 41^{\cdot}28 - 8^{\cdot}2 = 33^{\cdot}08$

$\therefore \quad \theta_2 = \dfrac{33^{\cdot}08}{1^{\cdot}72} = 19^{\cdot}2°C$

এখানে,

θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা = 24°C

θ_2 = সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা = ?

G = গ্লেসিয়ার ধ্রুবক = 1.72

θ = শিশিরাঙ্ক = 15.8°C

(খ) ঢাকায় শিশিরাঙ্ক, $\theta = 15^{\cdot}8°C$

ঢাকায় শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

f = 15°C তাপমাত্রায় চাপ + 0.8°C তাপমাত্রায় চাপ

(16 — 15)° = 1°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য = 13.63 — 12.81 = 0.82 mmHg

$\therefore$ 0.8°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য = 0.82 × 0.8 = 0.656

$= 12^{\cdot}81 + \left(\dfrac{13^{\cdot}63 - 12^{\cdot}81}{2}\right) \times 0^{\cdot}8$

$= 12^{\cdot}81 + 0^{\cdot}656 = 13^{\cdot}47$ mmHg

এবং বায়ুর তাপমাত্রায় বা 24°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 22.38mmHg

$\therefore$ ঢাকায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$R = \dfrac{f}{F} \times 100\%$

$= \dfrac{13^{\cdot}47}{22^{\cdot}38} \times 100\% = 60\%$

কুমিল্লায় শিশিরাঙ্ক = 20°C

16°C তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ, $f' = 13^{\cdot}63$ mmHg

এবং বায়ুর তাপমাত্রা, 26°C এবং ওই তাপমাত্রায় বাষ্পচাপ,

$F' = 25^{\cdot}21$ mmHg

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$R' = \dfrac{f'}{F'} \times 100\%$

$= \dfrac{13^{\cdot}63}{25^{\cdot}4} \times 100\% = 54\%$

যেহেতু 60% > 54%; সুতরাং কুমিল্লার আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হওয়ায় ওই ব্যক্তি কুমিল্লায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন।

১৬। কোনো একস্থানে হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা 24°C এবং শিশিরাঙ্ক 11·5°C। 24°C, 12°C এবং 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে $22{\cdot}38 \times 10^{-3}$ m, $10{\cdot}52 \times 10^{-3}$ m এবং $9{\cdot}9 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ। 24°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1·72।

(ক) উক্ত স্থানে সিক্ত বাল্বের পাঠ কত ? নির্ণয় কর।

(খ) উল্লিখিত স্থানে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়পূর্বক আবহাওয়া সম্পর্কে মন্তব্য কর। [কু. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি,

$$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$$

বা, $24 - 11{\cdot}5 = 1{\cdot}72(24 - \theta_2)$

বা, $1{\cdot}72\,\theta_2 = 1{\cdot}72 \times 24 - 12{\cdot}5 = 28{\cdot}78$

$\therefore \quad \theta_2 = \dfrac{28{\cdot}78}{1{\cdot}72} = 16{\cdot}73$°C

এখানে,

θ = শিশিরাঙ্ক = 11·5°C

G = গ্লেসিয়ার ধ্রুবক = 1·72

θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা = 24°C

θ_2 = সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা = ?

(খ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \dfrac{f}{F} \times 100\%$

এখানে, f = শিশিরাঙ্ক 11·5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ এবং

F = বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ = $22{\cdot}38 \times 10^{-3}$ m

12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = $10{\cdot}52 \times 10^{-3}$ m

11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = $9{\cdot}9 \times 10^{-3}$ m

$\therefore$ 1°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের পার্থক্য = $(10{\cdot}52 - 9{\cdot}9) \times 10^{-3} = 0{\cdot}62 \times 10^{-3}$ m

$\therefore$ 0·50 তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের পার্থক্য = $0{\cdot}62 \times 10^{-3} \times 0{\cdot}50 = 0{\cdot}31 \times 10^{-3}$ m

$\therefore$ 11·50°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = $9{\cdot}9 \times 10^{-3} + 0{\cdot}31 \times 10^{-3} = 10{\cdot}21 \times 10^{-3}$ m

অতএব আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \dfrac{10{\cdot}21 \times 10^{-3}}{22{\cdot}38 \times 10^{-3}} \times 100\% = 45{\cdot}6\%$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হওয়ায় বায়ু বেশি শুষ্ক হবে এবং বাষ্পায়ন দ্রুত হবে।

১৭। কোনো একদিন ঢাকার তাপমাত্রা 35°C এবং শিশিরাঙ্ক 19·4°C। ওই একই সময়ে চট্টগ্রামে স্থাপিত একটি হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক ও সিক্ত বাল্বের পাঠ যথাক্রমে 35°C এবং 30°C পাওয়া গেল। [35°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1·60 ও 19°C; 20°C, 27°C এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 16·5, 17·7, 20·78 এবং 42·16 mm পারদ।]

(ক) উদ্দীপক অনুসারে ওই দিন ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

(খ) একই তাপমাত্রা হওয়া সত্ত্বেও ঢাকা ও চট্টগ্রামের মধ্যে কোথায় ঘাম দ্রুত শুকাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২০২৩ (মান ভিন্ন); ঢা. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); রা. বো. ২০২২ (মান ভিন্ন); য. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

এখানে,

f = শিশিরাঙ্ক = 19·4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ এবং

F = 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ

এখন, 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 17·7 mmHg

এবং 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 16·5 mmHg

$\therefore$ 1°C তাপমাত্রার পার্থক্যের জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি = $17{\cdot}7 - 16{\cdot}5 = 1{\cdot}2$ mmHg

বা, 0·4°C তাপমাত্রার জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি = $1{\cdot}2 \times 0{\cdot}4 = 0{\cdot}48$ mmHg

অতএব, 19·4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = $16{\cdot}5 + 0{\cdot}48 = 16{\cdot}98$ mmHg

এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 42·16 mmHg

সুতরাং ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{16{\cdot}98}{42{\cdot}16} \times 100\% = 40{\cdot}3\%$$

(খ) আবার আমরা জানি শিশিরাঙ্ক,

$\therefore \quad \theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$
$= 35 - 1.6 \times (35 - 30)$
$= 35 - 1.6 \times 5 = 27°C$

চট্টগ্রামে,
θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা = 35°C
θ_2 = সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা = 30°C
θ = শিশিরাঙ্ক = ?
G = গ্লেইসারের উৎপাদক = 1.60

এখন 27°C শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 20.78 mmHg
এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 42.16 mmHg
সুতরাং চট্টগ্রামে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

$\therefore \quad R = \frac{20.78}{42.16} \times 100\% = 49.3\%$

যেহেতু ঢাকার চেয়ে চট্টগ্রামে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি, সুতরাং ঢাকায় ঘাম দ্রুত শুকাবে।

১৮। কোনো বন্ধ ঘরের তাপমাত্রা 30°C, শিশিরাঙ্ক 15°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। ওই সময় ঘরের বাইরের তাপমাত্রা ছিল 26°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 65%। 30°C ও 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 31.83 mmHg ও 25.25 mmHg, 30°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.65।

(ক) ওই ঘরের হাইগ্রোমিটারের আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা কত?

(খ) যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেওয়া হয়, তবে জলীয় বাষ্প কোন দিকে প্রবাহিত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২০২১]

(ক) আমরা জানি,

$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$

বা, $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\theta_1 - \theta}{G}$

বা, $\theta_2 = \theta_1 - \frac{\theta_1 - \theta}{G}$

$\therefore \quad \theta_2 = 30 - \frac{30 - 15}{1.65} = 30 - \frac{15}{1.65}$
$= 30 - 9.09 = 20.9°C$

এখানে,
θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা = 30°C
θ = শিশিরাঙ্ক = 15°C
θ_2 = আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা = ?
G = 1.65

(খ) 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_1 = 31.83$ mmHg, আপেক্ষিক আর্দ্রতা $= 50\% = \frac{50}{100} = 0.5$

শিশিরাঙ্কে জলীয় বাষ্পচাপ f_1 হলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = \frac{f_1}{F_1}$

$\therefore \quad f_1 = R_1F_1 = 0.5 \times 31.83$
$= 15.91$ mmHg

ঘরের বাইরে 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_2 = 25.25$ mmHg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R_2 = 65\% = \frac{65}{100} = 0.65$

শিশিরাঙ্কে জলীয় বাষ্পচাপ f_2 হলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = \frac{f_2}{F_2}$

বা, $f_2 = R_2 \times F_2 = 0.65 \times 25.25 = 16.41$ mmHg

যেহেতু $f_2 > f_1$, সুতরাং জলীয় বাষ্প বাইরে থেকে ঘরের ভেতরে প্রবেশ করবে।

১৯।

স্থান	শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটার পাঠ	সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটার পাঠ
কুমিল্লা	20°C	12°C

স্থান	বায়ুর তাপমাত্রা	শিশিরাঙ্ক
খুলনা	20°C	8.5°C

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ
5·68°C	$6·856 \times 10^{-3}$ mHgP
8°C	$8·04 \times 10^{-3}$ mHgP
9°C	$8·61 \times 10^{-3}$ mHgP
20°C	$17·6 \times 10^{-3}$ mHgP

(ক) কুমিল্লায় শিশিরাঙ্ক কত ? (20°C তাপমাত্রায় G = 1·79)

(খ) উদ্দীপকের আলোকে কোন স্থানটি অধিক আর্দ্র থাকবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[অভিন্ন 'খ' সেট ২০১৮]

(ক) কুমিল্লায় শিশিরাঙ্ক,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 20 - 1·79(20 - 12)$$
$$= 5·68°C$$

এখানে,
$\theta_1 = 20°C$
$\theta_2 = 12°C$
$G = 1·79$
শিশিরাঙ্ক, $\theta = ?$

(খ) কুমিল্লায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_1 = \frac{f}{F} \times 100\%$$
$$= \frac{6·856 \times 10^{-3}}{17·6 \times 10^{-3}} \times 100\% = 38·95\%$$

f = শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ
$= 6·856 \times 10^{-2}$ mHgP
F = 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ
$= 17·6 \times 10^{-3}$ mHgP

খুলনায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = \frac{f'}{F'} \times 100\%$

(9 — 8)°C = 1°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন $= (8·61 - 8·04) \times 10^{-3}$ mmHg
$= 0·57 \times 10^{-3}$ mmHg

∴ 0·5°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন $= 0·57 \times 10^{-3} \times 0·5 = 0·28 \times 10^{-3}$ mmHg

এখানে, শিশিরাঙ্ক 8·5°C

ফলে, $f' = 8·04 \times 10^{-3} + 0·285$
$= 8·325 \times 10^{-3}$ mHgP

এবং $F' = 17·6 \times 10^{-3}$ mHgP

$$\therefore R_2 = \frac{8·325 \times 10^{-3}}{17·6 \times 10^{-3}} \times 100\% = 47·3\%$$

যেহেতু $R_2 > R_1$ সুতরাং খুলনায় আর্দ্রতা বেশি থাকবে।

২০।

X	Y
$P_x = 4 \times 10^5$ Nm^{-2}	$P_y = 8 \times 10^5$ Nm^{-2}
$V_x = 4$ litre	$V_y = 8$ litre
$T_x = 600$ K	$T_y = 650$ K

চিত্রে X ও Y সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আছে। যাদের ঘনত্ব ρ kgm^{-3} এবং ভর সমান।

(ক) X ও Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা কর।

(খ) X ও Y পাত্র দুটিকে একটি নল দ্বারা যুক্ত করা হলে গ্যাসের অণুগুলো X পাত্র হতে Y পাত্রে যাবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। [দি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, $c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

X সিলিন্ডারের জন্য, $c_x = \sqrt{\frac{3P_x}{\rho}}$

Y সিলিন্ডারের জন্য, $c_y = \sqrt{\frac{3P_y}{\rho}}$

এখন, $\frac{c_x}{c_y} = \sqrt{\frac{P_x}{P_y}} = \frac{\sqrt{4 \times 10^5}}{\sqrt{8 \times 10^5}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \quad c_x : c_y = 1 : \sqrt{2}$

(খ) $\frac{\text{Y পাত্রের চাপ}, P_y}{\text{X পাত্রের চাপ}, P_x} = \frac{8 \times 10^5}{4 \times 10^5} = 2$

$P_y = 2P_x$ যেহেতু ভর ও ঘনত্ব একই এবং $P_y > P_x$

অতএব, নল দ্বারা X ও Y পাত্র দুটি যুক্ত করলে Y পাত্র হতে গ্যাস X পাত্রের দিকে যাবে।

আবার, গ্যাসের ভর ও ঘনত্ব সমান বলে পাত্রদ্বয় যুক্ত করলে সম্মিলিত অবস্থায় চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তনের পরিবর্তন ঘটবে।

২১। বিজ্ঞানের ছাত্রী জ্যোতি আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের সাহায্যে দুপুরের তাপমাত্রা পেল 32°C। ওই দিনের শিশিরাঙ্ক 10°C জেনে সে আপেক্ষিক আর্দ্রতা পেল 75%। আবার ওই দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা দেখতে পেল 20°C। (10°C তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ $9{\cdot}22 \times 10^{-3}$ m Hg, 20°C-এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $17{\cdot}54 \times 10^{-3}$ m Hg)

(ক) উদ্দীপকের আলোকে দুপুরের বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর।

(খ) জ্যোতির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে—উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে মতামত বিশ্লেষণ কর। [সি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

বা, $75\% = \frac{9{\cdot}22 \times 10^{-3}}{F} \times 100\%$

বা, $F = \frac{9{\cdot}22 \times 10^{-3}}{0{\cdot}75}$

$= 12{\cdot}3 \times 10^{-3}$

$= 1{\cdot}23 \times 10^{-2}$ mHg

এখানে,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = 75\%$

f = শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ

$= 9{\cdot}22 \times 10^{-3}$ mHg

F = বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = ?

(খ) সন্ধ্যায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা R′ হলে,

$R' = \frac{9{\cdot}22 \times 10^{-3}}{17{\cdot}54 \times 10^{-3}} \times 100\%$

$= 52{\cdot}57\%$

এখানে,

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 9{\cdot}22 \times 10^{-3}$ mHg

20°C এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 17{\cdot}54 \times 10^{-3}$ mHg

যেহেতু $R' < R$

ফলে সন্ধ্যায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হওয়ায়, বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম। ফলে বাষ্পায়ন বেশি হয়। শরীরের ঘাম বাষ্পীভূত হওয়ার সময় প্রয়োজনীয় সুপ্ততাপ আমাদের শরীর থেকে সংগ্রহ করে ফলে শরীর ঠাণ্ডা হয়।

২২। কোনো একদিন ল্যাবরেটরিতে সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বাল্বের পাঠ 28°C পাওয়া গেল। ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ ও গ্লেইসারের উৎপাদকের মান নিচের সারণি ১ -এ প্রদত্ত হলো :

সারণি ১

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ (mHg)	গ্লেইসারের উৎপাদক
26°C	25.21×10^{-3}	1.69
28°C	28.35×10^{-3}	1.67
29°C	29.93×10^{-3}	1.66
30°C	31.83×10^{-3}	1.65

(ক) ল্যাবরেটরিতে ওই দিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ছিল? নির্ণয় কর।

(খ) যদি ওই দিন তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C হ্রাস পায় তবে শিশিরাঙ্কের পরিবর্তন কীরূপ হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২০১৭]

(ক) শিশিরাঙ্ক,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 30 - 1.65(30 - 28)$$
$$= 26.7°C$$

এখানে,

$\theta_1 = 30°C$

$\theta_2 = 28°C$

$G = 1.65$

28°C — 26°C বা 2°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য $= (28.35 - 25.21) \times 10^{-3}$ mmHg

$= 3.14 \times 10^{-3}$ mHg

∴ 1°C তাপমাত্রার পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য $= 1.57 \times 10^{-3}$ mHg

∴ 0.7°C তাপমাত্রার পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য $= 0.7 \times 1.57 \times 10^{-3}$ mHg

শিশিরাঙ্ক বা 26.7°C বা (26°C + 0.7°C) তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,

$$f = 25.21 \times 10^{-3} + 0.7 \times 1.57 \times 10^{-3}$$
$$= 26.31 \times 10^{-3} \text{ mHg}$$

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,

$$F = 31.83 \times 10^{-3} \text{ mHg}$$

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$
$$= \frac{26.31 \times 10^{-3}}{31.83 \times 10^{-3}} \times 100\%$$
$$= 82.65\%$$

(খ) বায়ুর তাপমাত্রা 1°C হ্রাস পেলে শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30°C - 1°C = 29°C$ হবে।

এক্ষেত্রে, গ্লেইসারের উৎপাদক G = 1.66

শিশিরাঙ্ক, $\theta' = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$$= 29 - 1.66(29 - 28)$$
$$= 27.34°C$$

পূর্বের শিশিরাঙ্ক, $\theta = 26.7°C$

সুতরাং শিশিরাঙ্কের বৃদ্ধি,

$$\Delta\theta = \theta' - \theta$$
$$= (27.34 - 26.7)°C$$
$$= 0.64°C$$

অর্থাৎ, শিশিরাঙ্ক 0.64°C বৃদ্ধি পাবে।

সার-সংক্ষেপ

আদর্শ গ্যাস : যেসব গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে এবং সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

গ্যাসের চলরাশি : চাপ, আয়তন এবং তাপমাত্রা এই তিনটিকে গ্যাসের চলরাশি বলে বলে।

গ্যাস : সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে যেসব পদার্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে তাদেরকে গ্যাস বলে। বর্তমান প্রচলিত মত অনুসারে সংকট তাপমাত্রার ওপরে কোনো পদার্থের বায়বীয় অবস্থার নাম গ্যাস।

অ্যাভোগ্যাড্রোর প্রকল্প : অ্যাভোগ্যাড্রোর প্রকল্প অনুসারে এক মোল বা এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের আয়তন, একই চাপ ও তাপমাত্রায় সমান এবং স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় এই আয়তন 22·4 লিটার। গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ—

(ক) স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

(খ) স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার ঘনত্বের সমানুপাতিক।

R-এর একক : R-এর একক হলো জুল কেলভিন$^{-1}$ মোল$^{-1}$ ($JK^{-1}mol^{-1}$)।

R-এর মান : স্বাভাবিক তাপমাত্রা এবং চাপে R-এর মান 8·314 $JK^{-1}mol^{-1}$।

গড় বেগ : কোনো একটি বস্তু অসম বেগে গমন করলে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং মোট সময়ের ভাগফলকে গড় বেগ বলে। আবার দুই বা ততোধিক বেগের গড় মানকে গড় বেগ বলে।

হাইগ্রোমিটার : বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতা মান যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বলে।

আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বায়ুর হাইগ্রোমিটার : এটি সরল হাইগ্রোমিটার। সাধারণত আবহাওয়া অফিস ও শিল্প প্রতিষ্ঠানে এই প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হয়। এর সাহায্যে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্বন্ধে দ্রুত মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায়। এই যন্ত্রের সাহায্যে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ভুলভাবে পরিমাপ করা যায়।

তাপ : তাপ এক প্রকার শক্তি যা গরম বা উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে তাপমাত্রার পার্থক্যের কারণে সঞ্চালিত হয়।

গ্যাসীয় সূত্রাবলি :

(১) বয়েলের সূত্র : তাপমাত্রা স্থির থাকলে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

(২) চার্লসের সূত্র : স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ বা 0·00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।

(৩) চাপীয় সূত্র : স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার চাপের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

পরম শূন্য তাপমাত্রা : স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌঁছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।

সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, R : এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রি বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

গড় বর্গ বেগ : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গ বেগ বলে।

গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে।

গড় মুক্ত পথ : পরপর ধাক্কাগুলোর ভেতর একটি অণু যে গড় মুক্ত পথ অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।